

Mathematik (AHS, Sekundarstufe II)

Bildungs- und Lehraufgabe (5. bis 8. Klasse)

Der Mathematikunterricht trägt nach Heinrich Winter¹ wesentlich zur Allgemeinbildung der Schüler*innen bei, indem er die drei nachstehend angeführten sogenannten Grunderfahrungen (G1, G2, G3) ermöglicht.

G1: Die Schüler*innen sollen Mathematik als nützliches Werkzeug erfahren, das ihnen hilft, die Welt zu erschließen und zu verstehen.

G2: Die Schüler*innen sollen Mathematik als exakte Wissenschaft erfahren, die auf logischen Schlüssen beruht und auf Basis solcher erweitert wird.²

G3: Die Schüler*innen sollen Mathematik als Schule des Denkens erfahren, in der sie insbesondere heuristische Problemlösefähigkeiten erwerben, die auch außerhalb der Mathematik anwendbar sind.³

Diese Grunderfahrungen stehen im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe, wodurch die Analyse-, Argumentations- und Kritikfähigkeit der Schüler*innen gestärkt sowie die präzise Sprachverwendung mithilfe mathematischer Begriffe, Symbole und Darstellungen gefördert werden soll.⁴

Didaktische Grundsätze

Im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts steht verstehendes Lernen als aktiver, konstruktiver, individueller sowie gemeinsamer Prozess. Die Schüler*innen gewinnen Einsichten insbesondere durch eigenständige Tätigkeiten und integrieren mathematische Begriffe, Methoden und Zusammenhänge in ihr eigenes Wissen, Denken und Verstehen. Begründungen – von Plausibilitätsbetrachtungen bis hin zu formalen Beweisen – sollen regelmäßig erarbeitet werden.^{2, 4}

Die nachstehend angeführten Grundsätze sollen an die jeweilige Unterrichtssituation angepasst in geeigneter Intensität bzw. Bandbreite umgesetzt werden.

Lernen unter vielfältigen Aspekten

Im Mathematikunterricht ist eine vielfältige Aufgabenkultur anzustreben. Eine solche greift auch ästhetische, gesellschaftliche^{5, 6}, historische, informatische⁷, künstlerische, mediale⁸, medizinische⁹,

¹ Heinrich Winter: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* 61 (1995), S. 37–46.

² ÜT 9: Wissenschaftspropädeutik

³ ÜT 1: Bildungs-, Berufs- und Lebensorientierung

⁴ ÜT 10: Sprachliche Bildung und Lesen

⁵ ÜT 7: Politische Bildung

⁶ ÜT 8: Reflexive Geschlechterpädagogik und Gleichstellung

⁷ ÜT 4: Informatische Bildung

⁸ ÜT 6: Medienbildung

⁹ ÜT 3: Gesundheitsförderung

naturwissenschaftliche¹⁰, ökologische¹¹, ökonomische^{12, 13}, philosophische, soziale oder technische Aspekte auf und fördert die produktive Auseinandersetzung mit dem Gelernten sowohl in bereits vertrauten als auch in neuartigen Kontexten.

Auswirkungen individueller, gesellschaftlicher und politischer Entscheidungen sollen im Mathematikunterricht thematisiert werden, um einen Beitrag zur Bildung für nachhaltige Entwicklung zu leisten.^{11, 14}

Lernen in anwendungsorientierten Kontexten

Anwendungsorientierte Kontexte sollen im Mathematikunterricht bei *allen* Lehrinhalten möglichst oft thematisiert werden.

Diese verdeutlichen die Bedeutung der Mathematik als Werkzeug in unterschiedlichen Lebensbereichen. Sie können Schüler*innen motivieren, neue Kompetenzen zu erwerben. Besonders eignen sich Kontexte aus der Erfahrungswelt der Schüler*innen, auch aus anderen Unterrichtsgegenständen¹⁵. Die Reflexion der Modellbildungsprozesse hinsichtlich ihrer Vorteile und Grenzen leistet einen Beitrag für die Entwicklung der Schüler*innen zu kritischen und mündigen Erwachsenen.¹⁶

Lernen gemäß dem Spiralprinzip

Im Mathematikunterricht sollen bereits erarbeitete Kompetenzen aktiviert werden, um darauf aufbauend neue Kompetenzen nachhaltig zu entwickeln. Für die Aktivierung und gegebenenfalls Ergänzung erforderlicher Vorkenntnisse, insbesondere auch aus der Sekundarstufe I, ist ausreichend Unterrichtszeit einzuplanen.

Neue Kompetenzen werden auf einer konkreten, anschaulichen, intuitiven oder heuristischen Ebene erarbeitet, in einfachen Anwendungen erprobt, dann ergänzt, präzisiert und formalisiert¹⁰ sowie dem Spiralprinzip folgend später wieder aufgenommen.

Lernen durch Variation der Sozialformen und Methoden

Der Mathematikunterricht soll vielfältige Sozialformen und Methoden bieten. Der Einsatz jeweils passender Sozialformen und Methoden soll auf die angestrebten Lernziele, die Besonderheit der Inhalte und die jeweilige Lerngruppe abgestimmt werden. Die Vermittlung sozialer und organisatorischer Kompetenzen für die Arbeit im Team ist ein wichtiges Ziel.¹²

Lernen mit instruktionaler Unterstützung – Individualisierung

Lehrkräfte sollen Schüler*innen je nach inhaltlichen und methodischen Erfordernissen begleiten, unterstützen bzw. anleiten. Lernende werden durch Differenzierungsmaßnahmen in ihren individuellen Begabungen, Fähigkeiten, Neigungen, Bedürfnissen und Interessen, angepasst an die jeweiligen Lernvoraussetzungen, gefördert.¹⁶

¹⁰ ÜT 9: Wissenschaftspropädeutik

¹¹ ÜT 11: Umweltbildung für nachhaltige Entwicklung

¹² ÜT 2: Entrepreneurship Education

¹³ ÜT 13: Wirtschafts-, Finanz- und Verbraucher/innenbildung

¹⁴ ÜT 12: Verkehrs- und Mobilitätsbildung

¹⁵ ÜT 9: Wissenschaftspropädeutik

¹⁶ ÜT 1: Bildungs-, Berufs- und Lebensorientierung

Lernen mit Medien¹⁷

Beschaffung, Verarbeitung und Bewertung von Informationen erfolgen mittels geeigneter Medien – analog oder digital. Die Einbeziehung solcher Medien im Mathematikunterricht soll angestrebt werden und kann bis zum gezielten Erwerb von Kompetenzen zur selbstständigen Informationsbeschaffung bzw. zur eigenständigen Abfassung und Präsentation mathematischer Dokumente reichen.

Kompetente Nutzung digitaler Werkzeuge

Der Mathematikunterricht soll kognitive Fähigkeiten aufbauen und stärken. Dabei soll eine Balance zwischen manuell-operativen Fertigkeiten einerseits und der kompetenten Nutzung von digitalen Werkzeugen wie Tabellenkalkulationsprogrammen, Dynamische-Geometrie-Software und Computeralgebrasystemen andererseits angestrebt werden. Der Einsatz digitaler Werkzeuge hat großes Potenzial beispielsweise beim Untersuchen, Erforschen, Berechnen oder Darstellen und ist in einem zeitgemäßen Mathematikunterricht unverzichtbar.¹⁸

Grundlegende manuell-operative Fertigkeiten fördern den verständigen Einblick in Strukturen und Zusammenhänge und werden auch in einem technologiefreien Teil der standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung (SRP) in Mathematik benötigt. Beides ist also in einem sinnstiftenden Mathematikunterricht, in dem Schüler*innen kognitiv aktiviert werden, zentral. In denjenigen Anwendungsbereichen, bei denen der Technologieeinsatz ausdrücklich genannt wird, ist die Arbeit ohne Technologieeinsatz nicht unbedingt erforderlich.

Sicherung der Nachhaltigkeit sowie Leistungsfeststellung

Mathematik ist aufbauend strukturiert, weshalb sowohl auf die Aktivierung des jeweils erforderlichen Vorwissens als auch auf die Sicherung der Nachhaltigkeit zu achten ist. Der Unterricht soll aus diesem Grund in jeder Schulstufe mathematische Kompetenzen aus vorangegangenen Schulstufen wiederholen, ergänzen, vertiefen und vernetzen¹⁹. Die dabei behandelten Inhalte und erworbenen Kompetenzen dürfen in Leistungsfeststellungen geprüft und zur Leistungsbeurteilung herangezogen werden.

Zur Sicherung des Unterrichtsertrages bieten sich verschiedene Maßnahmen an, z. B. regelmäßige Hausübungen, schriftliche und mündliche Mitarbeitüberprüfungen, Präsentationen oder Phasen eigenständigen Übens auch mit Peer- und Selbstbeurteilung. Bei mehrstündigen Schularbeiten können zwei voneinander unabhängige Teile nacheinander vorgelegt werden. Über die Zulässigkeit von Formelsammlungen und digitalen Werkzeugen in den jeweiligen Teilen entscheidet die Lehrkraft.

Zentrale fachliche Konzepte

Dem Mathematikunterricht der Sekundarstufe II liegen die nachstehend angeführten vier inhaltlichen Kompetenzbereiche zugrunde.

- Algebra und Geometrie (AG)
- Funktionen (F)
- Analysis (A)

¹⁷ ÜT 6: Medienbildung

¹⁸ ÜT 4: Informatische Bildung

¹⁹ ÜT 1: Bildungs-, Berufs- und Lebensorientierung

- Daten und Zufall (DZ)

Im Abschnitt *Kompetenzbeschreibungen und Anwendungsbereiche* werden diese inhaltlichen Kompetenzbereiche als Ausprägungen der Inhaltsdimension des im Folgenden vorgestellten Kompetenzmodells im Detail beschrieben.

Kompetenzmodell

Das Kompetenzmodell des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe II verschränkt die inhaltlichen Kompetenzbereiche mit der Handlungs- und der Komplexitätsdimension. Der Mathematikunterricht soll alle Ausprägungen der Inhalts-, Handlungs- und Komplexitätsdimension abdecken.

Handlungsdimension

Im Kompetenzmodell bilden die nachstehend angeführten Prozesse die Ausprägungen der Handlungsdimension.

Modellieren und Problemlösen (MP)

Modellieren meint das Bearbeiten außermathematischer Aufgabenstellungen mithilfe von Mathematik. Dabei können sowohl deskriptive als auch normative Modelle zum Einsatz kommen.

Problemlösen meint das Bearbeiten innermathematischer Aufgabenstellungen, die für Schüler*innen keine Routineaufgaben sind, insbesondere wenn ihnen (noch) kein passendes Lösungsverfahren bekannt ist.

Operieren (O)

Operieren meint das regelhafte Durchführen von Prozeduren mit mathematischen Objekten aller inhaltlichen Kompetenzbereiche, auch unter Zuhilfenahme geeigneter Werkzeuge.

Darstellen und Interpretieren (DI)

Darstellen meint das verbale, grafische, tabellarische oder algebraische Beschreiben inner- und außermathematischer Sachverhalte sowie das Wechseln zwischen solchen Beschreibungen.

Interpretieren meint das Entnehmen von Informationen aus verbalen, grafischen, tabellarischen oder algebraischen Darstellungen und das Deuten im jeweiligen Kontext.

Vermuten und Begründen (VB)

Vermuten meint das Aufstellen von Hypothesen aufgrund von Beobachtungen und steht häufig am Beginn eines Begründungsprozesses. Begründen meint das Anführen von Argumenten bzw. das Bilden von Argumentationsketten, um eine Vermutung bzw. Behauptung zu bestätigen oder zu widerlegen.

Komplexitätsdimension

Im Kompetenzmodell bilden die nachstehend angeführten Stufen die Ausprägungen der Komplexitätsdimension.

Stufe 1: Anwenden von Grundkenntnissen und -fertigkeiten

Das Anwenden von Grundkenntnissen und -fertigkeiten meint das Arbeiten mit grundlegenden mathematischen Begriffen, Sätzen, Verfahren, Darstellungen und Argumenten, sofern sich dieses unmittelbar ergibt.

Stufe 2: Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen

Das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen ist erforderlich, wenn der mathematische Sachverhalt und die Problemlösung komplexer sind, sodass mehrere Begriffe, Sätze, Verfahren, Darstellungsformen und Argumente eines oder verschiedener mathematischer Gebiete oder auch verschiedene mathematische Tätigkeiten in geeigneter Weise miteinander verbunden werden müssen.

Stufe 3: Reflexion und Nutzen von Reflexionswissen

Reflexion meint das Nachdenken über Zusammenhänge, mathematische Vorgangsweisen, Vor- bzw. Nachteile von Darstellungen und mathematischen Modellen im jeweiligen Kontext sowie über vorgelegte Interpretationen, Argumentationen und Begründungen. Reflexionswissen ist ein anhand entsprechender Nachdenkprozesse entwickeltes Wissen über Mathematik. Reflexion und Nutzen von Reflexionswissen kann in vielfältiger Weise sichtbar werden, z. B. durch entsprechende Dokumentation des Lösungsweges oder durch Angeben von Begründungen, auch im Zusammenhang mit dem Treffen von Entscheidungen.

Kompetenzbeschreibungen und Anwendungsbereiche

Schwerpunktsetzung und Individualisierung: Die mit „allenfalls“ gekennzeichneten Inhalte bieten Möglichkeiten zur Schwerpunktsetzung bzw. Individualisierung und sind nicht verbindlich. Sie sind für Klassen mit mehr als drei Wochenstunden Mathematikunterricht in besonderer Weise geeignet.

Die im Folgenden angeführten Operatoren „arbeiten“, „ermitteln und interpretieren“ sowie „verstehen und anwenden“ beinhalten alle vier Ausprägungen der Handlungsdimension.

5. Klasse, 1. und 2. Semester:

Kompetenzbereich *Algebra und Geometrie*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- Aussagen und Mengen
- Zahlen, Größen und Rechenoperationen
- Termen, Formeln und Gleichungen
- Sinus, Cosinus und Tangens

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Aussagen und Mengen:

- Arbeiten mit grundlegenden Begriffen über Aussagen und mit logischen Operationen („und“, „oder“, „wenn ..., dann“, „genau dann ..., wenn“, „nicht“)
- Arbeiten mit grundlegenden Begriffen über Mengen, mit aufzählenden und beschreibenden Darstellungen von Mengen, sowie mit den Mengenoperationen Durchschnitt, Vereinigung, Differenz und Komplement; Erstellen und Interpretieren von Mengendiagrammen
- Arbeiten mit Beträgen, Darstellungen von Zahlen und Zahlenmengen auf der Zahlengeraden sowie mit der Intervallschreibweise

Zahlen, Größen und Rechenoperationen:

- Arbeiten mit den Zahlbereichen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ und ihren Zusammenhängen; Operieren mit Zahlen aus diesen Mengen, Abschätzen von Rechenergebnissen und Angeben von Schranken
- Ermitteln und Interpretieren relativer Anteile; Arbeiten mit Zahlenangaben in Prozent- und Promilledarstellung
- Verstehen und Anwenden der Darstellungen von Größen als Kombination von Maßzahl und Maßeinheit; Durchführen von Maßumrechnungen
- Arbeiten mit Zehnerpotenzen und Gleitkommadarstellungen sowie den Vorsilben *Pico* bis *Tera*
- allenfalls: Arbeiten mit Primzahlen und Teilern; Untersuchen von Teilbarkeitsfragen

Terme, Formeln und Gleichungen:

- Aufstellen, Umformen und Interpretieren von Termen, Formeln und Gleichungen; Ermitteln und Interpretieren der Definitionsmenge von Termen; Untersuchen, wie sich Änderungen von Größen in Formeln auf eine andere Größe auswirken; Arbeiten mit dem Summenzeichen
- Lösen linearer Gleichungen in einer Variable; Interpretieren von Lösungen
- Lösen quadratischer Gleichungen in einer Variable; Interpretieren der Lösungsfälle und Lösungen
- Arbeiten mit dem Produkt-null-Satz; Darstellen quadratischer Polynome in Linearfaktorform
- Aufstellen und Umformen linearer Gleichungen in zwei Variablen; grafisches Darstellen von Lösungen
- Aufstellen, Umformen sowie rechnerisches und grafisches Lösen linearer Gleichungssysteme in zwei Variablen; Interpretieren der Lösungsfälle und Lösungen; Aufstellen linearer Gleichungssysteme in mehreren Variablen
- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen mit Technologieeinsatz; Interpretieren von Lösungen; Umformen von Formeln mit Technologieeinsatz

Sinus, Cosinus und Tangens:

- Arbeiten mit Gradmaß und Bogenmaß
- Arbeiten mit $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ und $\tan(\alpha)$ im rechtwinkligen Dreieck und im Einheitskreis
- Bearbeiten geometrischer Aufgaben mithilfe rechtwinkliger Dreiecke
- Verstehen und Anwenden von Zusammenhängen zwischen $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ und $\tan(\alpha)$; Lösen von Gleichungen der Form $\sin(\alpha) = c$, $\cos(\alpha) = c$ und $\tan(\alpha) = c$ nach α mit Technologieeinsatz sowie grafisch im Einheitskreis
- Arbeiten mit der Steigung einer Geraden als Seitenverhältnis in einem Steigungsdreieck, auch in Prozentdarstellung, sowie mit dem zugehörigen Steigungswinkel
- Arbeiten mit Sinussatz, Cosinussatz sowie der trigonometrischen Flächeninhaltsformel für Dreiecke

Kompetenzbereich *Funktionen*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- allgemeinen funktionalen Zusammenhängen
- linearen und quadratischen sowie direkt und indirekt proportionalen Zusammenhängen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Allgemeine funktionale Zusammenhänge:

- Begründen, ob ein verbal, tabellarisch, grafisch oder als Formel gegebener Zusammenhang durch eine Funktion beschrieben werden kann; Wechseln zwischen den genannten Darstellungen bei funktionalen Zusammenhängen; Ermitteln und Interpretieren von Werten und Wertepaaren; Erkennen zugrundeliegender Funktionstypen in Formeln sowie Skizzieren zugehöriger Funktionsgraphen
- grafisches und rechnerisches Ermitteln der Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen; Interpretieren der Schnittpunkte
- Arbeiten mit abschnittsweise definierten Funktionen

- Modellieren anwendungsorientierter Sachverhalte mit Funktionen; Vergleichen von Modellen und Reflektieren der Grenzen von Modellbildungen

Lineare und quadratische sowie direkt und indirekt proportionale Zusammenhänge:

- Erkennen und Begründen, ob ein gegebener Zusammenhang durch eine lineare Funktion beschrieben werden kann; Ermitteln und Interpretieren der Parameter k und d linearer Funktionen f mit $f(x) = k \cdot x + d$; Arbeiten mit Graphen linearer Funktionen
- Verstehen und Anwenden linearer Funktionen f mit $f(x) = k \cdot x$ als Darstellungen direkt proportionaler Zusammenhänge
- Verstehen und Anwenden linearer Funktionen f mit $f(x) = k \cdot x + d$ als Modelle für Wachstums- bzw. Abnahmeprozesse mit $f(0) = d$ und $f(x + 1) = f(x) + k$; Bewerten der Angemessenheit dieser Modelle im jeweiligen Kontext
- Interpretieren von c und des Vorzeichens von a bei quadratischen Funktionen f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$; Arbeiten mit Scheitelpunktform und Linearfaktorform
- Untersuchen quadratischer Funktionen hinsichtlich Nullstellen, Scheitelpunkte, Monotonieverhalten sowie Symmetrie; Skizzieren von Graphen quadratischer Funktionen
- Lösen von Optimierungsaufgaben bei quadratischen Funktionen durch Ermittlung des Scheitelpunkts
- Verstehen und Anwenden von Funktionen f mit $f(x) = \frac{a}{x}$ mit $a \neq 0$ als Darstellungen indirekt proportionaler Zusammenhänge

Kompetenzbereich *Daten und Zufall*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- kombinatorischen Fragestellungen

arbeiten.

Dadurch werden die Grundlagen für die diskrete Wahrscheinlichkeitsrechnung gelegt.

Anwendungsbereiche

Kombinatorische Fragestellungen:

- Arbeiten mit der Multiplikationsregel zum Lösen von Abzählaufgaben; Arbeiten mit Permutationen ohne bzw. mit Wiederholungen sowie mit Binomialkoeffizienten
- Arbeiten mit der Additionsregel zum Lösen von Abzählaufgaben

6. Klasse, 3. Semester:

Kompetenzbereich *Algebra und Geometrie*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- Potenzen, Wurzeln und Logarithmen
- Ungleichungen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Potenzen, Wurzeln und Logarithmen:

- Arbeiten mit Potenzen mit ganzen und rationalen Exponenten sowie den zugehörigen Rechengesetzen; Wechseln zwischen Potenz- und Wurzelschreibweise
- Arbeiten mit Logarithmen sowie den zugehörigen Rechengesetzen; Lösen von Exponentialgleichungen

Ungleichungen:

- rechnerisches und grafisches Lösen linearer Ungleichungen in einer Variable
- Deuten der Lösungsmenge von Ungleichungen der Form $|x - a| < r$ bzw. $|x - a| \leq r$ als um a symmetrische Intervalle
- allenfalls: rechnerisches und grafisches Lösen von quadratischen Ungleichungen sowie von Ungleichungen mit Beträgen

Kompetenzbereich *Funktionen*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- grundlegenden Eigenschaften von Funktionen
- Potenzfunktionen, Polynomfunktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen, Sinusfunktionen und Cosinusfunktionen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Grundlegende Eigenschaften von Funktionen:

- Ermitteln und Interpretieren der Definitionsmenge von Funktionen; Arbeiten mit folgenden Eigenschaften von Funktionen bzw. Funktionsgraphen: Nullstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Symmetrie zur vertikalen Koordinatenachse bzw. zum Koordinatenursprung, horizontale und vertikale Asymptoten, Periodizität, Monotonieverhalten, Extremstellen und Extrempunkte; Ablesen von Eigenschaften einer Funktion aus ihrem Graphen; Skizzieren des Graphen einer Funktion mit gegebenen Eigenschaften

- Ermitteln der Nullstellen von Funktionen mit dem Produkt-null-Satz; Erstellen und Interpretieren von Vorzeichentabellen
- Ermitteln und Interpretieren folgender Änderungsmaße von Funktionen: absolute Änderung, Änderungsfaktor, relative bzw. prozentuelle Änderung, mittlere Änderungsrate
- Bilden neuer Funktionen aus gegebenen Funktionen mithilfe der Grundrechenoperationen und durch Verkettung
- Bilden neuer Funktionen aus einer Funktion f mithilfe eines Parameters c : $g_1(x) = c \cdot f(x)$; $g_2(x) = f(c \cdot x)$; $g_3(x) = f(x) + c$; $g_4(x) = f(x + c)$; Verstehen und Anwenden der Zusammenhänge zwischen den Graphen von f und g_1, g_2, g_3, g_4 sowie zwischen den jeweiligen Funktionswerten
- allenfalls: Beurteilen und Begründen der Umkehrbarkeit von Funktionen auf einem Intervall anhand ihrer Graphen; Skizzieren der Graphen von Umkehrfunktionen; Ermitteln und Interpretieren der Werte von Umkehrfunktionen; algebraisches Ermitteln von Umkehrfunktionen

Potenzfunktionen, Polynomfunktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen, Sinusfunktionen und Cosinusfunktionen:

- Erkennen und Skizzieren der Graphen von Potenzfunktionen f mit $f(x) = a \cdot x^z$ mit $a \neq 0$ und ganzzahligem $z \neq 0$; Ermitteln der Parameter a, z und c sowie Interpretieren der Parameter a und c für Funktionen g mit $g(x) = a \cdot x^z + c$ mit $a \neq 0$ und ganzzahligem $z \neq 0$
- Ermitteln und Interpretieren des Parameters a bei Potenzfunktionen f mit $f(x) = a \cdot x^q$ mit $q \neq 0$ rational, $x > 0$, insbesondere im Fall der Wurzelfunktion mit $q = \frac{1}{2}$; Skizzieren der typischen Verläufe von Funktionsgraphen für $q < 0$, $0 < q < 1$ und $q > 1$
- Interpretieren von a_0 und des Vorzeichens von a_n bei Polynomfunktionen f mit $f(x) = a_n \cdot x^n + \dots + a_1 \cdot x + a_0$ mit $a_n \neq 0$; Arbeiten mit der Linearfaktorform allenfalls: Abspalten von Linearfaktoren durch Polynomdivision
- Arbeiten mit der Eigenschaft einer Polynomfunktion vom Grad n , jeden bestimmten Wert höchstens n -mal anzunehmen; Erkennen und Skizzieren typischer Verläufe von Graphen von Polynomfunktionen
- Erkennen und Begründen, ob ein gegebener Zusammenhang durch eine Exponentialfunktion f mit $f(x) = a \cdot b^x$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a \neq 0, b > 0$ und $b \neq 1$ bzw. $\lambda \neq 0$ beschrieben werden kann; Wechseln zwischen diesen Darstellungen
- Ermitteln der Parameter a, b und c bzw. a, λ und c bei Funktionen f mit $f(x) = a \cdot b^x + c$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x} + c$ mit $a \neq 0, b > 0$ und $b \neq 1$ bzw. $\lambda \neq 0$; Interpretieren der Parameter a, b und c sowie des Vorzeichens von λ ; Erkennen und Skizzieren von Graphen solcher Funktionen
- Verstehen und Anwenden von Exponentialfunktionen f mit $f(x) = a \cdot b^x$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a \neq 0, b > 0$ und $b \neq 1$ bzw. $\lambda \neq 0$ als Modelle für Wachstums- bzw. Abnahmeprozesse mit $f(0) = a$ und $f(x + 1) = b \cdot f(x)$ bzw. $f(x + 1) = e^\lambda \cdot f(x)$; Ermitteln und Interpretieren der Halbwertszeit bzw. Verdoppelungszeit; Bewerten der Angemessenheit dieser Modelle im jeweiligen Kontext
- Erkennen und Skizzieren der Graphen von Funktionen f mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x) + c$ bzw. $g(x) = a \cdot \cos(b \cdot x) + c$ mit $a \neq 0$ und $b \neq 0$; Ermitteln und Interpretieren der Parameter a, b und c
- Erkennen zugrundeliegender Funktionstypen in Formeln sowie Skizzieren zugehöriger Funktionsgraphen

- Arbeiten mit Umkehrfunktionen von Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen

6. Klasse, 4. Semester:

Kompetenzbereich *Algebra und Geometrie*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- Vektoren und Geraden in der Ebene

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Vektoren und Geraden in der Ebene:

- Kennen von Vektoren als Zahlenpaare; Interpretieren und Darstellen von Vektoren als Punkte bzw. Pfeile; Ermitteln und Interpretieren von Summe, Differenz und skalaren Vielfachen von Vektoren; Ermitteln und Interpretieren des Betrags eines Vektors und des zu einem Vektor $\vec{a} \neq \vec{0}$ gehörigen Einheitsvektors
- Arbeiten mit dem Skalarprodukt zweier Vektoren und Normalvektoren eines Vektors $\vec{a} \neq \vec{0}$; Ermitteln und Interpretieren des Winkels zwischen zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$
- allenfalls: Ermitteln und Interpretieren der Normalprojektion eines Vektors $\vec{b}$ auf einen Vektor $\vec{a} \neq \vec{0}$
- Arbeiten mit Gleichungen, Parameterdarstellungen und Normalvektordarstellungen von Geraden sowie zugehörigen grafischen Darstellungen
- rechnerisches Untersuchen der Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade bzw. zwischen zwei Geraden; Ermitteln des Schnittpunkts zweier einander schneidender Geraden
- Bearbeiten geometrischer Aufgaben mithilfe der Vektorrechnung, dabei insbesondere: Messen und Teilen von Strecken, Abtragen von Strecken vorgegebener Länge und Richtung, Berechnen von Abständen

Kompetenzbereich *Funktionen*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- Zahlenfolgen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Zahlenfolgen:

- Arbeiten mit Zahlenfolgen; Ermitteln von Folgengliedern aus expliziten bzw. rekursiven Darstellungen; Arbeiten mit grafischen Darstellungen solcher Folgen im Koordinatensystem

- Verstehen und Anwenden expliziter und rekursiver Darstellungen arithmetischer bzw. geometrischer Folgen sowie des Zusammenhangs solcher Folgen mit linearen Funktionen bzw. Exponentialfunktionen
- Verstehen und Anwenden arithmetischer bzw. geometrischer Folgen als diskrete Modelle für Wachstums- bzw. Abnahmeprozesse; Bewerten der Angemessenheit dieser Modelle im jeweiligen Kontext
- Arbeiten mit Anspar- und Tilgungsplänen mithilfe von Tabellenkalkulationen
- allenfalls: Arbeiten mit der Summenformel für endliche arithmetische und geometrische Reihen
- allenfalls: Untersuchen von Folgen hinsichtlich Monotonie und Beschränktheit
- allenfalls: Erläutern der Begriffe Konvergenz und Grenzwert anhand konkreter Beispiele (z. B. $a_n = \frac{1}{n}$, $a_n = 0,1^n$, Dezimaldarstellung reeller Zahlen); Berechnen von Grenzwerten mithilfe der Grenzwertsätze für Grundrechenoperationen

Kompetenzbereich *Daten und Zufall*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- grafischen und tabellarischen Darstellungen von Daten sowie statistischen Kennzahlen
- Wahrscheinlichkeiten

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Grafische und tabellarische Darstellungen von Daten sowie statistische Kennzahlen:

- Ermitteln und Interpretieren absoluter und relativer Häufigkeiten
- Arbeiten mit Säulen-, Balken-, Linien-, Kreisdiagrammen sowie anderen grafischen Darstellungen; Arbeiten mit Tabellen, insbesondere Vierfeldertafeln
- Ermitteln und Interpretieren statistischer Kennzahlen (arithmetisches Mittel, Median, Modus, Spannweite, Varianz, Standardabweichung), insbesondere bei umfangreichen Datensätzen mit Technologieeinsatz; Untersuchen der Auswirkungen von Datenänderungen auf diese statistischen Kennzahlen

Wahrscheinlichkeiten:

- Formales und verbales Beschreiben des Ergebnisraums eines Zufallsexperiments sowie von Ereignissen und zugehörigen Gegenereignissen; Darstellen solcher Ereignisse mithilfe von Mengendiagrammen und Interpretieren solcher Darstellungen
- Ermitteln und Interpretieren von relativen Häufigkeiten als Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten und umgekehrt von Wahrscheinlichkeiten als Vorhersagewerte für relative Häufigkeiten
- Ermitteln und Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten unter Verwendung der Laplace-Annahme; Beurteilen der Zulässigkeit von Laplace-Annahmen
- Arbeiten mit Baumdiagrammen bei mehrstufigen Zufallsexperimenten; Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Multiplikations- und Additionsregel sowie Interpretieren dieser Wahrscheinlichkeiten

- Ermitteln und Interpretieren bedingter Wahrscheinlichkeiten, auch als Wahrscheinlichkeiten auf einem eingeschränkten Ergebnisraum, insbesondere im Zusammenhang mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln; Verstehen und Anwenden der stochastischen Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit zweier Ereignisse und Arbeiten mit dem Satz von Bayes

7. Klasse, 5. Semester:

Kompetenzbereich *Algebra und Geometrie*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- Vektoren, Geraden und Ebenen im Raum

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Vektoren, Geraden und Ebenen im Raum:

- Kennen von Vektoren als Zahlentripel; Interpretieren und Darstellen von Vektoren als Punkte bzw. Pfeile; Ermitteln und Interpretieren von Summe, Differenz und skalaren Vielfachen von Vektoren; Ermitteln und Interpretieren des Betrags eines Vektors und des zu einem Vektor $\vec{a} \neq \vec{0}$ gehörigen Einheitsvektors
- Arbeiten mit dem Skalarprodukt zweier Vektoren und Normalvektoren eines Vektors $\vec{a} \neq \vec{0}$; Ermitteln und Interpretieren des Winkels zwischen zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$; Berechnen von Normalvektoren mithilfe des Kreuzprodukts
- allenfalls: Ermitteln und Interpretieren der Normalprojektion eines Vektors $\vec{b}$ auf einen Vektor $\vec{a} \neq \vec{0}$
- Arbeiten mit Parameterdarstellungen von Geraden
- Arbeiten mit Gleichungen, Parameterdarstellungen und Normalvektordarstellungen von Ebenen
- Untersuchen von Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade, Punkt und Ebene, Gerade und Gerade, Gerade und Ebene sowie Ebene und Ebene; Ermitteln von Schnittpunkten und Schnittgeraden
- Interpretieren und Lösen linearer Gleichungssysteme in drei Variablen; Interpretieren von Lösungen und Lösungsfällen
- Bearbeiten geometrischer Aufgaben mithilfe der Vektorrechnung, dabei insbesondere: Messen und Teilen von Strecken, Abtragen von Strecken vorgegebener Länge und Richtung
- allenfalls: Berechnen von Abständen

Kompetenzbereich *Analysis*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- Differenzen- und Differentialquotienten sowie Ableitungsfunktionen
- Ableitungen von Polynomfunktionen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Differenzen- und Differentialquotienten sowie Ableitungsfunktionen:

- Interpretieren des Differenzenquotienten als mittlere Änderungsrate bzw. als Sekantensteigung; rechnerisches und grafisches Ermitteln des Differenzenquotienten; Arbeiten mit Differenzenquotienten
- Ermitteln von Grenzwerten von Funktionen auf Basis eines intuitiven Verständnisses mithilfe der Grenzwertsätze für Grundrechenoperationen und der Eigenschaften elementarer Funktionen; Interpretieren solcher Grenzwerte
- Interpretieren des Differentialquotienten als lokale oder momentane Änderungsrate bzw. als Tangentensteigung; rechnerisches und näherungsweise grafisches Ermitteln des Differentialquotienten; Arbeiten mit Differentialquotienten
- Verstehen und Anwenden des Zusammenhangs zwischen Differenzen- und Differentialquotient
- Verstehen und Anwenden der Zusammenhänge zwischen einer Funktion und ihren Ableitungsfunktionen, auch in grafischen Darstellungen

Ableitungen von Polynomfunktionen:

- Ermitteln der Ableitungsfunktionen von Polynomfunktionen
- Lösen von Optimierungsaufgaben mit Polynomfunktionen auf einem Intervall $[a; b]$ durch Vergleich der Funktionswerte an den Nullstellen der ersten Ableitung in $[a; b]$ und der Randwerte $f(a)$ und $f(b)$
- Untersuchen von Polynomfunktionen bzw. ihrer Graphen: Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \infty$ bzw. $x \rightarrow -\infty$, Monotonie- und Krümmungsverhalten, Extrem- und Wendestellen, Extrem- und Wendepunkte; Ermitteln von Tangentengleichungen
- Verstehen und Anwenden des Zusammenhangs zwischen dem Grad einer Polynomfunktion und der Anzahl möglicher Null-, Extrem- und Wendestellen
- Aufstellen eines linearen Gleichungssystems zur Berechnung der Koeffizienten einer Polynomfunktion mit gegebenen Eigenschaften sowie Ermitteln einer Funktionsgleichung

7. Klasse, 6. Semester:

Kompetenzbereich *Analysis*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- Ableitungen verschiedener Arten von Funktionen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Ableitungen verschiedener Arten von Funktionen:

- Ermitteln der Ableitungsfunktionen von Potenz-, Polynom-, Exponential-, Logarithmus-, Sinus- und Cosinusfunktionen; Arbeiten mit Faktor-, Summen-, Produkt- und Kettenregel zum Differenzieren von Funktionen, die aus den genannten Funktionen zusammengesetzt sind; allenfalls: Arbeiten mit der Quotientenregel
- Ermitteln von Ableitungsfunktionen mit Technologieeinsatz
- Untersuchen von Funktionen bzw. Funktionsgraphen: Definitionsmenge, Nullstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Symmetrie, horizontale und vertikale

Asymptoten, Verhalten für $x \rightarrow \infty$ bzw. $x \rightarrow -\infty$, Periodizität, Monotonie- und Krümmungsverhalten, Extrem- und Wendestellen, Extrem- und Wendepunkte; Ermitteln von Tangentengleichungen

- Anwenden der Differentialrechnung in Naturwissenschaft, Technik und Wirtschaft
- Lösen von Optimierungsaufgaben mit Technologieeinsatz
- Kennen und Anwenden der Eigenschaft $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ als Stetigkeit einer Funktion f an der Stelle a
- allenfalls: Verstehen und Anwenden der Zwischenwerteigenschaft stetiger Funktionen
- allenfalls: Exaktifizieren des Grenzwertbegriffs für Funktionen

Kompetenzbereich *Daten und Zufall*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- diskreten Zufallsvariablen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Diskrete Zufallsvariablen:

- Arbeiten mit der Wahrscheinlichkeitsfunktion einer diskreten Zufallsvariable; Ermitteln des Erwartungswerts, der Varianz und der Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariable; Interpretieren des Erwartungswerts
- Arbeiten mit der Binomialverteilung; Ermitteln zugehöriger Wahrscheinlichkeiten und Quantile mit Technologieeinsatz sowie Interpretieren dieser Werte; Beurteilen der Zulässigkeit der Modellierung mit der Binomialverteilung
- Arbeiten mit Hypothesentests auf Basis der Binomialverteilung mit Technologieeinsatz
- allenfalls: Arbeiten mit der geometrischen und hypergeometrischen Verteilung

Kompetenzbereich *Algebra und Geometrie*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können allenfalls mit

- komplexen Zahlen
- Kreisen, Kugeln und Kegelschnitten

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Komplexe Zahlen (allenfalls):

- Reflexion über den Zahlbegriff und den Zusammenhang zwischen Lösbarkeit von Gleichungen und Zahlbereichserweiterungen
- Darstellen und Interpretieren komplexer Zahlen; Operieren mit komplexen Zahlen

- Lösen quadratischer Gleichungen mit reellen Koeffizienten über der Grundmenge der komplexen Zahlen

Kreise, Kugeln und Kegelschnitte (allenfalls):

- Arbeiten mit Kreisen und ihren Gleichungen; Ermitteln der gegenseitigen Lage von Kreis und Gerade und Berechnen vorhandener Schnittpunkte; Ermitteln von Tangentengleichungen
- Arbeiten mit Kugeln und ihren Gleichungen; Ermitteln von Gleichungen für Tangentialebenen
- Arbeiten mit Ellipsen, Hyperbeln und Parabeln sowie ihren Gleichungen; Ermitteln von Tangentengleichungen

8. Klasse:

Kompetenzbereich *Analysis*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- bestimmten Integralen und Stammfunktionen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Bestimmte Integrale und Stammfunktionen:

- Definieren und Einschränken bestimmter Integrale mithilfe von Unter- und Obersummen; Deuten bestimmter Integrale im jeweiligen Kontext bzw. geometrisch als orientierte Flächeninhalte; Abschätzen bestimmter Integrale mithilfe von Produktsummen bzw. geometrischer Überlegungen
- Verstehen und Anwenden der Zusammenhänge zwischen einer Funktion und ihren Stammfunktionen, auch in grafischen Darstellungen
- Ermitteln von Stammfunktionen, auch unter Verwendung von Faktorregel und Summenregel; allenfalls: Ermitteln von Stammfunktionen von Funktionen h mit $h(x) = a \cdot f'(g(x)) \cdot g'(x)$ durch Umkehren der Kettenregel
- Ermitteln bestimmter Integrale stetiger Funktionen mithilfe von Stammfunktionen; Verstehen und Anwenden der Integralfunktion F mit $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ als spezielle Stammfunktion einer stetigen Funktion f mit $F(a) = 0$
- Ermitteln von Stammfunktionen und bestimmten Integralen mit Technologieeinsatz
- Verstehen und Anwenden bestimmter Integrale in Kontexten als Gesamteffekt von Änderungsraten, d. h. $\int_a^b f'(x) dx$ gibt die absolute Änderung von f im Intervall $[a; b]$ an, z. B. bei zurückgelegten Wegen, Geschwindigkeiten, Zu- und Abflüssen, Arbeit bzw. Energie
- Ermitteln und Interpretieren von Rauminhalten als bestimmte Integrale der Funktion, die den Querschnittsflächeninhalt angibt, insbesondere im Fall von Rotationskörpern; Herleiten von Formeln für den Rauminhalt von Körpern wie Pyramide, Drehkegel und Kugel

Kompetenzbereich *Daten und Zufall*

Kompetenzbeschreibungen

Die Schüler*innen können mit

- der Normalverteilung

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Normalverteilung:

- Arbeiten mit der Normalverteilung, auch mit den Zusammenhängen zwischen Erwartungswert bzw. Standardabweichung und dem Graphen der Dichtefunktion; Ermitteln und Interpretieren von Flächeninhalten unter dem Graphen der Dichtefunktion
- Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten und Quantilen einer normalverteilten Zufallsvariable mit Technologieeinsatz und Interpretieren dieser Werte; Arbeiten mit den σ -Regeln für normalverteilte Zufallsvariablen
- Arbeiten mit der Verteilung des Stichprobenmittelwerts bei normalverteilten Zufallsvariablen
- Ermitteln um den Erwartungswert symmetrischer Prognoseintervalle für einen Einzelwert bzw. einen Stichprobenmittelwert normalverteilter Zufallsvariablen mit Technologieeinsatz; Interpretieren solcher Prognoseintervalle; Arbeiten mit einfachen statistischen Hypothesentests für den Erwartungswert μ einer normalverteilten Zufallsvariable bei bekannter Standardabweichung σ mit Technologieeinsatz
- allenfalls: Arbeiten mit der Verteilungsfunktion einer normalverteilten Zufallsvariable
- allenfalls: Approximieren der Binomialverteilung durch die Normalverteilung
- allenfalls: Ermitteln von Konfidenzintervallen für den Erwartungswert μ einer normalverteilten Zufallsvariable bei bekannter Standardabweichung σ mit Technologieeinsatz; Interpretieren solcher Konfidenzintervalle

Sicherung der Nachhaltigkeit

Die Schüler*innen vertiefen und vernetzen mathematische Kompetenzen, die für die Reifeprüfung und darüber hinaus bedeutsam sind, wodurch ein Beitrag zu deren Nachhaltigkeit geleistet wird.