

Mathematik (AHS, Sekundarstufe II)

Bildungs- und Lehraufgabe (5. bis 8. Klasse)

Im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe stehen drei grundlegende Erfahrungsbereiche, die mathematische Allgemeinbildung fördern. Sie gehen auf die Arbeit von Heinrich Winter (Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik Nr. 61, 1995) zurück:

G1: Die Welt in ihren natürlichen, gesellschaftlichen und kulturellen Erscheinungen durch mathematische Perspektiven wahrnehmen und verstehen lernen.

G2: Mathematische Begriffe, Strukturen und Zusammenhänge – dargestellt in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln – als eigenständige, logisch geordnete geistige Konstruktionen erkennen und begreifen.

G3: In der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen überfachliche Problemlösefähigkeiten und heuristische Strategien entwickeln, die auch außerhalb der Mathematik anwendbar sind.

Der Mathematikunterricht stärkt die Analyse-, Argumentations- und Kritikfähigkeit und fördert die präzise Sprachverwendung mithilfe mathematischer Begriffe, Symbole und Darstellungen.

Darüber hinaus ist die Mathematik ein prägender Teil unserer Kultur und leistet einen zentralen Beitrag zur Allgemeinbildung.

Didaktische Grundsätze

Im Mathematikunterricht steht verstehendes Lernen als aktiver, konstruktiver, individueller sowie gemeinsamer Prozess im Vordergrund. Die Schüler*innen gewinnen durch eigene Tätigkeiten Einsichten und integrieren so mathematische Begriffe, Methoden und Zusammenhänge in ihr Wissenssystem. Die Frage nach dem „Warum?“ spielt eine zentrale Rolle im Mathematikunterricht. Begründungen, von Plausibilitätsbetrachtungen bis hin zu formalen Beweisen, sollen regelmäßig erarbeitet werden, auch wenn sie in den Kompetenzbeschreibungen bzw. Anwendungsbereichen nicht explizit eingefordert werden.

Die folgenden Grundsätze sollen an die jeweilige Unterrichtssituation angepasst in geeigneter Intensität bzw. Bandbreite umgesetzt werden.

Lernen in anwendungsorientierten Kontexten

Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Bedeutung der Mathematik als Werkzeug in unterschiedlichen Lebensbereichen. Sie können Schüler*innen motivieren, neue Kompetenzen zu erwerben. Ein Vernetzen der Inhalte durch geeigneten, auch fächerübergreifenden Unterricht soll angestrebt werden. Die Reflexion der Modellbildungsprozesse hinsichtlich ihrer Vorteile und Grenzen leistet einen Beitrag für die Entwicklung der Schüler*innen zu kritischen und mündigen jungen Erwachsenen.

Lernen gemäß dem Spiralprinzip

Im Unterricht werden bereits erarbeitete Kompetenzen aktiviert, um darauf aufbauend neue Kompetenzen nachhaltig zu entwickeln. Für die Aktivierung und gegebenenfalls Ergänzung erforderlicher Vorkenntnisse, insbesondere auch aus der Sekundarstufe I, ist ausreichend Unterrichtszeit einzuplanen. Die im Zuge dieser Prozesse behandelten Inhalte sollen Teil der Leistungsbeurteilung sein.

Neue Kompetenzen werden auf einer konkreten, anschaulichen, intuitiven oder heuristischen Ebene erarbeitet, in einfachen Anwendungen erprobt, dann ergänzt, präzisiert sowie dem Spiralprinzip folgend später wieder aufgenommen.

Lernen durch Variation der Sozialformen

Der Mathematikunterricht soll abwechslungsreich sein und deshalb vielfältige Methoden und Sozialformen bieten. Der Einsatz jeweils passender Sozialformen soll auf die angestrebten Lernziele, die Besonderheit der Inhalte und auf die jeweilige Lerngruppe abgestimmt werden. Die Vermittlung sozialer und organisatorischer Kompetenzen für die Arbeit im Team ist ein wichtiges Ziel.

Lernen unter vielfältigen Aspekten

Eine vielfältige Aufgabenkultur greift ästhetische, gesellschaftliche, historische, informatische, künstlerische, kulturelle, medizinische, naturwissenschaftliche, ökologische, philosophische, soziale, technische oder wirtschaftliche Aspekte bzw. Anwendungsbereiche der Mathematik auf. Sie fördert die produktive Auseinandersetzung mit dem Gelernten sowohl in bereits vertrauten als auch in neuartigen Kontexten.

Auswirkungen individueller, gesellschaftlicher und politischer Entscheidungen sollen im Mathematikunterricht thematisiert werden, um einen Beitrag zur Bildung für nachhaltige Entwicklung zu leisten.

Lernen mit instruktionaler Unterstützung – Individualisierung

Lehrpersonen sollen Schüler*innen je nach inhaltlichem und methodischem Erfordernis begleiten, unterstützen bzw. anleiten. Lernende werden durch Differenzierungsmaßnahmen in ihren individuellen Begabungen, Fähigkeiten, Neigungen, Bedürfnissen und Interessen, angepasst an die jeweiligen Lernvoraussetzungen, gefördert.

Lernen mit Medien

Beschaffung, Verarbeitung und Bewertung von Informationen erfolgen mittels geeigneter Medien – analog oder digital. Die Einbeziehung solcher Medien im Unterricht wird angestrebt. Dies kann bis zum gezielten Erwerb von Kompetenzen zur selbständigen Informationsbeschaffung bzw. zur eigenständigen Abfassung und Präsentation mathematischer Texte reichen.

Kompetente Nutzung digitaler Technologien

Der Mathematikunterricht soll eine Balance zwischen der Ausbildung grundlegender kognitiver Fähigkeiten und manuell-operativer Fertigkeiten einerseits und der kompetenten Nutzung digitaler Technologien andererseits anstreben. Der Einsatz digitaler Technologien hat großes Potenzial beispielsweise beim Untersuchen, Erforschen, Berechnen oder Darstellen und ist in einem zeitgemäßen Mathematikunterricht unverzichtbar. Grundlegende manuell-operative Fertigkeiten fördern den verständigen Einblick in Strukturen und Zusammenhänge und werden auch in einem technologiefreien Teil der Standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung (SRP) in Mathematik

benötigt.¹ Beides ist also in einem sinnstiftenden Mathematikunterricht, in dem Schüler*innen kognitiv aktiviert und auf die SRP vorbereitet werden, zentral. Die kompetente Nutzung digitaler Technologien ist daher in allen Anwendungsbereichen ein Unterrichtsziel. In jenen Anwendungsbereichen, bei denen der Technologieeinsatz ausdrücklich genannt wird, ist die Arbeit ohne Technologieeinsatz nicht unbedingt erforderlich.

Sicherung des Unterrichtsertrages und Leistungsfeststellungen

Mathematik ist aufbauend strukturiert, weshalb sowohl auf die Aktivierung des jeweils erforderlichen Vorwissens als auch auf die Sicherung der Nachhaltigkeit zu achten ist. Zur Sicherung des Unterrichtsertrages bieten sich verschiedene Maßnahmen an, zum Beispiel regelmäßige Hausübungen, schriftliche Mitarbeitüberprüfungen oder Phasen eigenständigen Übens mit Unterstützung durch die Lehrperson. Bei mehrstündigen Schularbeiten können zwei voneinander unabhängige Teile in zeitlicher Abfolge voneinander getrennt vorgelegt werden. Über die Zulässigkeit von Formelsammlungen und digitalen Hilfsmitteln in einem oder beiden Teilen entscheidet die Lehrperson.

Zentrale fachliche Konzepte

Dem Mathematikunterricht der Sekundarstufe II liegen die folgenden vier inhaltlichen Kompetenzbereiche zugrunde:

- Algebra und Geometrie (AG)
- Funktionen (F)
- Analysis (AN)
- Daten und Zufall (DZ)

Im Abschnitt *Kompetenzbeschreibungen und Anwendungsbereiche* werden diese inhaltlichen Kompetenzbereiche im Detail beschrieben.

Kompetenzmodell

Das Kompetenzmodell des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe II verschränkt die inhaltlichen Kompetenzbereiche mit Handlungs- und Komplexitätsdimension. Der Mathematikunterricht soll alle Ausprägungen der Inhalts-, Handlungs- und Komplexitätsdimension abdecken.

Handlungsdimension

Modellieren und Problemlösen (MP)

Modellieren meint das Bearbeiten außermathematischer Aufgabenstellungen mithilfe von Mathematik. Dabei können deskriptive, also bereits bestehende Modelle sowie normative, also erst zu entwickelnde Modelle zum Einsatz kommen.

Problemlösen meint das Bearbeiten innermathematischer Aufgabenstellungen, die für Schüler*innen keine Routineaufgaben sind, insbesondere, wenn ihnen (noch) kein passendes Lösungsverfahren bekannt ist.

¹ Die wichtige Frage nach dem hier angedachten Komplexitätsgrad wird durch den Grundkompetenzkatalog und veröffentlichte beispielhafte Aufgaben geklärt.

Operieren (O)

Operieren meint das regelhafte Durchführen von Prozeduren mit mathematischen Objekten aller Inhaltsbereiche, auch unter Zuhilfenahme geeigneter Werkzeuge.

Darstellen und Interpretieren (DI)

Darstellen meint das verbale, grafische, tabellarische oder algebraische Beschreiben inner- und außermathematischer Sachverhalte und umfasst auch den Wechsel zwischen solchen Darstellungsarten.

Interpretieren meint das Entnehmen von Informationen aus verbalen, grafischen, tabellarischen oder algebraischen Darstellungen und das Deuten im jeweiligen Kontext.

Vermuten und Begründen (VB)

Vermuten meint das Aufstellen von Hypothesen aufgrund von Beobachtungen und steht häufig am Beginn eines Begründungsprozesses. Begründen meint das Anführen von Argumenten bzw. das Bilden von Argumentationsketten, um eine Vermutung bzw. Behauptung zu bestätigen oder zu widerlegen.

Komplexitätsdimension

Die zur Bewältigung mathematischer Aufgaben- und Problemstellungen notwendigen Anforderungen können stark differieren und gehen vom Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten über das Herstellen von Verbindungen bis hin zum Reflektieren.

Stufe 1: Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten

Das Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten meint die Wiedergabe oder direkte Anwendung von grundlegenden mathematischen Begriffen, Sätzen, Verfahren, Darstellungen und Argumenten. In der Regel ist nur reproduktives mathematisches Wissen und Können oder die aus dem Kontext unmittelbar erkennbare direkte Anwendung mathematischer Kenntnisse bzw. Fertigkeiten geringer Komplexität erforderlich.

Stufe 2: Herstellen von Verbindungen

Das Herstellen von Verbindungen ist erforderlich, wenn der mathematische Sachverhalt und die Problemlösung komplexer sind, sodass mehrere Begriffe, Sätze, Verfahren und Darstellungsformen eines oder verschiedener mathematischer Gebiete oder auch verschiedene mathematische Tätigkeiten in geeigneter Weise miteinander verbunden werden müssen.

Stufe 3: Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren

Reflektieren meint das Nachdenken über Zusammenhänge, mathematische Vorgehensweisen, die Vor- bzw. Nachteile von Darstellungsformen und mathematischen Modelle im jeweiligen Kontext sowie über vorgelegte Interpretationen, Argumentationen und Begründungen. Reflexionswissen ist ein anhand entsprechender Nachdenkprozesse entwickeltes Wissen über Mathematik. Reflexion bzw. Reflexionswissen kann in vielfältiger Weise sichtbar werden, z.B. durch entsprechende Dokumentation des Lösungsweges, Argumentationen, Begründungen oder Entscheidungen.

Kompetenzbeschreibungen und Anwendungsbereiche

Schwerpunktsetzung und Individualisierung: Die mit „allenfalls“ gekennzeichneten Inhalte bieten Möglichkeiten zur Schwerpunktsetzung bzw. Individualisierung und sind nicht verbindlich. Sie sind für Klassen mit mehr als drei Wochenstunden Mathematikunterricht in besonderer Weise geeignet.

Die im Folgenden angeführten Operatoren „kennen und anwenden“ sowie „ermitteln und interpretieren“ beinhalten alle vier Handlungsdimensionen (MP, O, DI, VB).

5. Klasse, 1. und 2. Semester:

Kompetenzbereich Algebra und Geometrie

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit Aussagen und Mengen,
- mit Zahlen, Größen und Rechenoperationen,
- mit Termen, Formeln und Gleichungen,
- mit Sinus, Cosinus und Tangens

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit Aussagen und Mengen arbeiten:

- Kennen und Anwenden grundlegender Begriffe über Aussagen; Arbeiten mit logischen Operationen („und“, „oder“, „wenn ..., dann“, „genau dann ..., wenn ...“, „nicht“)
- Kennen und Anwenden grundlegender Begriffe über Mengen; Kennen und Anwenden aufzählender und beschreibender Darstellungen von Mengen; Durchführen und Interpretieren von Mengenoperationen (Durchschnitt, Vereinigung, Differenz, Komplement); Erstellen und Interpretieren von Venn-Diagrammen in verschiedenen Kontexten **AG-A2**
- Kennen und Anwenden der Intervallschreibweise sowie von Darstellungen von Zahlen und Zahlenmengen auf der Zahlengeraden **AG-A1**

Die Schülerinnen und Schüler können mit Zahlen, Größen und Rechenoperationen arbeiten:

- Kennen und Anwenden der Zahlbereiche \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} und ihrer Zusammenhänge; Operieren mit Zahlen dieser Mengen; Abschätzen von Rechenergebnissen und Angeben von Schranken **AG-A1**
- Ermitteln und Interpretieren von relativen Anteilen; Kennen und Anwenden von Zahlenangaben in Prozent- und Promilledarstellung **AG-A4**
- Kennen und Anwenden von Darstellungen von Größen als Kombination von Maßzahl und Maßeinheit; Durchführen von Maßumrechnungen **AG-A3**
- Kennen und Anwenden von Zehnerpotenzen und Gleitkommadarstellungen sowie der Vorsilben Pico bis Tera **AG-A3**
- allenfalls: Arbeiten mit Primzahlen und Teilern; Untersuchen von Teilbarkeitsfragen

Die Schülerinnen und Schüler können mit Termen, Formeln und Gleichungen arbeiten:

- Aufstellen, Umformen und Interpretieren von Termen, Formeln und Gleichungen; Ermitteln und Interpretieren, wie sich Änderungen von Größen in Formeln auf eine andere Größe auswirken **AG-B1**; Lösen linearer Gleichungen in einer Variablen; Interpretieren von Lösungen **AG-B4**
- Aufstellen und Lösen quadratischer Gleichungen in einer Variablen; Interpretieren von Lösungen und Lösungsfällen **AG-B5**
- Kennen und Anwenden des Produkt-Null-Satzes; Darstellen quadratischer Polynome in Linearfaktorform
- Aufstellen und Umformen linearer Gleichungen in zwei Variablen; grafisches Darstellen von Lösungen **AG-B6**
- Aufstellen, Umformen sowie rechnerisches und grafisches Lösen linearer Gleichungssysteme in zwei Variablen; Interpretieren von Lösungen und Lösungsfällen **AG-B6**
- Lösen von Gleichungen in einer Variablen und linearen Gleichungssystemen in mehreren Variablen mit Technologieeinsatz; Umformen von Formeln mit Technologieeinsatz **AG-B7**

Die Schülerinnen und Schüler können mit Sinus, Cosinus und Tangens arbeiten:

- Kennen und Anwenden des Bogenmaßes; Umrechnen vom Gradmaß in das Bogenmaß und umgekehrt
- Kennen und Anwenden der Definitionen von $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ und $\tan(\alpha)$ im rechtwinkligen Dreieck und im Einheitskreis **AG-D1**
- Lösen geometrischer Aufgaben mithilfe rechtwinkliger Dreiecke **AG-D1**
- Kennen und Anwenden von Beziehungen zwischen $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ und $\tan(\alpha)$; Lösen von Gleichungen der Form $\sin(\alpha) = c$, $\cos(\alpha) = c$ und $\tan(\alpha) = c$ nach α mit Technologieeinsatz sowie grafisch im Einheitskreis **AG-D2**
- Angeben der Steigung einer Geraden als Seitenverhältnis in einem Steigungsdreieck und in Prozentdarstellung sowie Ermitteln und Interpretieren des Steigungswinkels; Kennen und Anwenden dieser Darstellungen sowie Wechseln zwischen ihnen **AG-D3**
- Kennen und Anwenden von Sinus- und Cosinussatz sowie der trigonometrischen Flächeninhaltsformel für Dreiecke

Kompetenzbereich Funktionen

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit allgemeinen funktionalen Zusammenhängen,
- mit linearen und quadratischen sowie direkt und indirekt proportionalen Zusammenhängen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit allgemeinen funktionalen Zusammenhängen arbeiten:

- Begründen, ob ein verbal, tabellarisch, grafisch oder als Formel gegebener Zusammenhang durch eine Funktion beschrieben werden kann; Wechseln zwischen den genannten Darstellungen bei funktionalen Zusammenhängen; Ermitteln und Interpretieren von Werten und Wertepaaren; Erkennen zugrundeliegender Funktionstypen in Formeln und Skizzieren zugehöriger Funktionsgraphen **F-A1**

- grafisches und rechnerisches Ermitteln der Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen; Interpretieren der Schnittpunkte **F-A5**
- Arbeiten mit abschnittsweise definierten Funktionen
- Modellieren von anwendungsorientierten Sachverhalten mit Funktionen; Vergleichen von Modellen und Reflektieren der Grenzen von Modellbildungen

Die Schülerinnen und Schüler können mit linearen und quadratischen sowie direkt und indirekt proportionalen Zusammenhängen arbeiten:

- Erkennen und Begründen, ob ein gegebener Zusammenhang durch eine lineare Funktion beschrieben werden kann; Ermitteln und Interpretieren der Parameter k und d von linearen Funktionen f mit $f(x) = k \cdot x + d$; Zeichnen von Graphen linearer Funktionen **F-B1**
- Kennen und Anwenden linearer Funktionen f mit $f(x) = k \cdot x$ als Darstellungen direkt proportionaler Zusammenhänge **F-B2**
- Kennen und Anwenden linearer Funktionen f mit $f(x) = k \cdot x + d$ als Modelle für Wachstums- und Abnahmeprozesse mit $f(0) = d$ und $f(x + 1) = f(x) + k$ **F-B3**; Bewerten der Angemessenheit dieser Modelle im jeweiligen Kontext
- Interpretieren des Werts c und des Vorzeichens von a bei quadratischen Funktionen f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$; Kennen und Anwenden der Scheitelpunkt- und Linearfaktorform **F-D1**
- Untersuchen quadratischer Funktionen auf Nullstellen, Scheitelpunkte, Monotoniebereiche sowie Symmetrie; Skizzieren von Graphen quadratischer Funktionen **F-A3**
- Lösen von Optimierungsaufgaben bei quadratischen Funktionen durch Ermittlung des Scheitelpunkts
- Kennen und Anwenden von Funktionen f mit $f(x) = \frac{a}{x}$ mit $a \neq 0$ als Darstellungen indirekt proportionaler Zusammenhänge **F-C2**

Kompetenzbereich Daten und Zufall

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit kombinatorischen Fragestellungen

arbeiten.

Dadurch werden die Grundlagen für die diskrete Wahrscheinlichkeitstheorie gelegt.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit kombinatorischen Fragestellungen arbeiten:

- Kennen und Anwenden der Multiplikationsregel zum Lösen von Abzählaufgaben; Kennen und Anwenden von Permutationen ohne bzw. mit Wiederholungen sowie von Binomialkoeffizienten **DZ-B1**
- Kennen und Anwenden der Additionsregel zum Lösen von Abzählaufgaben

6. Klasse, 3. Semester:

Kompetenzbereich Algebra und Geometrie

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen,
- mit Ungleichungen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen arbeiten:

- Kennen und Anwenden von Potenzen mit ganzen und rationalen Exponenten sowie der zugehörigen Rechengesetze; Wechseln zwischen Potenz- und Wurzelschreibweise **AG-B2**
- Kennen und Anwenden von Logarithmen sowie der zugehörigen Rechengesetze; Lösen von Exponentialgleichungen **AG-B3**

Die Schülerinnen und Schüler können mit Ungleichungen arbeiten:

- rechnerisches und grafisches Lösen linearer Ungleichungen in einer Variablen
- allenfalls: rechnerisches und grafisches Lösen quadratischer Ungleichungen sowie von Ungleichungen mit Beträgen

Kompetenzbereich Funktionen

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit grundlegenden Eigenschaften von Funktionen,
- mit Potenzfunktionen, Polynomfunktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen, Sinusfunktionen und Cosinusfunktionen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit grundlegenden Eigenschaften von Funktionen arbeiten:

- Kennen und Anwenden der Definitionsmenge und folgender Eigenschaften von Funktionen: Nullstellen, Schnittpunkte von Funktionsgraphen mit den Koordinatenachsen, Symmetrie von Funktionsgraphen zur vertikalen Koordinatenachse bzw. zum Koordinatenursprung, horizontale und vertikale Asymptoten, Periodizität, Monotonie, Extremstellen von Funktionen und Extrempunkte von Funktionsgraphen; Ablesen der Eigenschaften einer Funktion aus ihrem Graphen; Skizzieren des Graphen einer Funktion mit gegebenen Eigenschaften **F-A3**
- Ermitteln der Nullstellen von Funktionen mit dem Produkt-Null-Satz; Erstellen und Interpretieren von Vorzeichentabellen **F-A4**

- Ermitteln und Interpretieren folgender Änderungsmaße von Funktionen: absolute Änderung, Änderungsfaktor, relative bzw. prozentuelle Änderung, mittlere Änderungsrate **F-A2**
- Bilden neuer Funktionen aus gegebenen Funktionen mithilfe der Grundrechenoperationen und durch Verkettung
- Bilden neuer Funktionen aus einer Funktion f mithilfe eines Parameters c : $g_1(x) = c \cdot f(x)$; $g_2(x) = f(c \cdot x)$; $g_3(x) = f(x) + c$; $g_4(x) = f(x + c)$; Kennen und Anwenden der Zusammenhänge zwischen den Graphen von f und g_1, g_2, g_3, g_4 sowie der jeweiligen Funktionswerte **F-A6**
- allenfalls: Beurteilen und Begründen der Umkehrbarkeit von Funktionen auf einem Intervall anhand ihrer Graphen; Skizzieren der Graphen von Umkehrfunktionen; Ermitteln und Interpretieren der Werte von Umkehrfunktionen; algebraisches Ermitteln von Umkehrfunktionen

Die Schülerinnen und Schüler können mit Potenzfunktionen, Polynomfunktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen, Sinusfunktionen und Cosinusfunktionen arbeiten:

- Erkennen und Skizzieren der Graphen von Potenzfunktionen f mit $f(x) = a \cdot x^z$ mit $a \neq 0$ und ganzzahligem $z \neq 0$; Ermitteln der Parameter a, z und c sowie Interpretieren der Parameter a und c für Funktionen g mit $g(x) = a \cdot x^z + c$ mit ganzzahligem $z \neq 0$ **F-C1**
- Ermitteln und Interpretieren des Parameters a bei Potenzfunktionen f mit $f(x) = a \cdot x^q$ mit $q \neq 0$ rational, $x > 0$, insbesondere im Fall $q = \frac{1}{2}$; Skizzieren der typischen Verläufe von Funktionsgraphen für $q < 0$, $0 < q < 1$ und $q > 1$
- Interpretieren des Wertes a_0 und des Vorzeichens von a_n bei Polynomfunktionen f mit $f(x) = a_n \cdot x^n + \dots + a_1 \cdot x + a_0$ mit $a_n \neq 0$ **F-D2**; Erkennen und Skizzieren typischer Verläufe von Graphen von Polynomfunktionen **F-A3**
- Kennen und Anwenden der Darstellung $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_n)$ einer Polynomfunktion f vom Grad n mit reellen Nullstellen x_1, x_2, \dots, x_n **F-D3**; allenfalls: Abspalten von Linearfaktoren durch Polynomdivision
- Erkennen und Begründen, ob ein gegebener Zusammenhang durch eine Exponentialfunktion f mit $f(x) = a \cdot b^x$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a \neq 0, b > 0$ und $b \neq 1$ bzw. $\lambda \neq 0$ beschrieben werden kann; Wechseln zwischen diesen Darstellungen; Kennen und Anwenden der Bedeutung der Parameter für die Monotonie; Erkennen und Skizzieren von Graphen solcher Funktionen **F-E1**
- Ermitteln der Parameter a, b und c bzw. a, λ und c bei Funktionen f mit $f(x) = a \cdot b^x + c$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x} + c$ mit $a \neq 0, b > 0$ und $b \neq 1$ bzw. $\lambda \neq 0$; Interpretieren der Parameter a, b und c sowie des Vorzeichens von λ **F-E2**
- Kennen und Anwenden von Exponentialfunktionen f mit $f(x) = a \cdot b^x$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a \neq 0, b > 0$ und $b \neq 1$ bzw. $\lambda \neq 0$ als Modelle für Wachstums- und Abnahmeprozesse mit $f(0) = a$ und $f(x + 1) = b \cdot f(x)$ bzw. $f(x + 1) = e^{\lambda} \cdot f(x)$; Ermitteln und Interpretieren der Halbwertszeit bzw. Verdoppelungszeit; Bewerten der Angemessenheit dieser Modelle im jeweiligen Kontext **F-E3**
- Erkennen und Skizzieren der Graphen von Funktionen f mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x) + c$ bzw. $g(x) = a \cdot \cos(b \cdot x) + c$ mit $a \neq 0$ und $b \neq 0$; Ermitteln und Interpretieren der Parameter a, b und c **F-F1**
- Erkennen zugrundeliegender Funktionstypen in Formeln und Skizzieren zugehöriger Funktionsgraphen **F-A1**
- Kennen und Anwenden der Umkehrfunktionen von Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen

6. Klasse, 4. Semester:

Kompetenzbereich Algebra und Geometrie

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit Vektoren und Geraden in der Ebene

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit Vektoren und Geraden in der Ebene arbeiten:

- Interpretieren und Darstellen von Vektoren als Zahlenpaare, Punkte oder Pfeile; Kennen und Anwenden der Addition und Subtraktion von Vektoren sowie der Multiplikation mit einem Skalar; Kennen und Anwenden des Betrags eines Vektors und des zu einem Vektor $\vec{a} \neq \vec{0}$ gehörigen Einheitsvektors **AG-C1**
- Kennen und Anwenden des Skalarprodukts zweier Vektoren; Ermitteln des Winkels zwischen zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$; Ermitteln von Normalvektoren **AG-C2**; allenfalls: Ermitteln und Interpretieren der Normalprojektion eines Vektors auf einen anderen Vektor
- Kennen und Anwenden von Gleichungen, Parameterdarstellungen und Normalvektordarstellungen von Geraden; grafisches Darstellen von auf diese Weise beschriebenen Geraden; Wechseln zwischen den genannten Darstellungen **AG-C3**
- rechnerisches Untersuchen der Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade bzw. zwischen zwei Geraden; Ermitteln des Schnittpunkts zweier einander schneidender Geraden **AG-C4**
- Bearbeiten geometrischer Aufgaben mithilfe der Vektorrechnung, dabei insbesondere: Messen und Teilen von Strecken, Abtragen von Strecken vorgegebener Länge und Richtung, Berechnen von Abständen **AG-C1**

Kompetenzbereich Funktionen

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit Folgen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit Folgen arbeiten:

- Kennen und Anwenden von Zahlenfolgen; Ermitteln von Folgengliedern aus expliziten bzw. rekursiven Darstellungen und grafisches Darstellen solcher Folgen im Koordinatensystem
- Beschreiben arithmetischer Folgen durch explizite und rekursive Darstellungen; Wechseln zwischen solchen Darstellungen; Kennen und Anwenden des Zusammenhangs zwischen arithmetischen Folgen und linearen Funktionen

- Beschreiben geometrischer Folgen durch explizite und rekursive Darstellungen; Wechseln zwischen diesen Darstellungen; Kennen und Anwenden des Zusammenhangs zwischen geometrischen Folgen und Exponentialfunktionen
- Kennen und Anwenden arithmetischer bzw. geometrischer Folgen als diskrete Modelle für Wachstums- und Abnahmeprozesse; Bewerten der Angemessenheit dieser Modelle im jeweiligen Kontext
- Arbeiten mit Anspar- und Tilgungsplänen mithilfe einer Tabellenkalkulation
- allenfalls: Untersuchen von Folgen auf Monotonie und Beschränktheit
- allenfalls: Erläutern der Begriffe Konvergenz und Grenzwert anhand konkreter Beispiele (z.B. $a_n = \frac{1}{n}$, $a_n = 0,1^n$, Dezimaldarstellung reeller Zahlen); Berechnen von Grenzwerten mithilfe von Grenzwertsätzen
- allenfalls: Kennen und Anwenden der Summenformel für endliche arithmetische und geometrische Reihen

Kompetenzbereich Daten und Zufall

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit grafischen und tabellarischen Darstellungen von Daten sowie statistischen Kennzahlen,
- mit Wahrscheinlichkeiten

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit grafischen und tabellarischen Darstellungen von Daten sowie statistischen Kennzahlen arbeiten:

- Ermitteln und Interpretieren absoluter und relativer Häufigkeiten **DZ-A3**
- Interpretieren, Ergänzen und Erstellen von grafischen Darstellungen und Diagrammen (insbesondere Säulen-, Balken-, Linien-, Kreisdiagramm) sowie Tabellen und insbesondere Vierfeldertafeln; Wechseln zwischen diesen Darstellungsformen **DZ-A1, DZ-A2**
- Ermitteln und Interpretieren statistischer Kennzahlen (arithmetisches Mittel, Median, Modus, Spannweite, Varianz, Standardabweichung), insbesondere bei umfangreichen Datensätzen mit Technologieeinsatz; Angeben der Auswirkungen von Datenänderungen auf diese statistischen Kennzahlen **DZ-A3**

Die Schülerinnen und Schüler können mit Wahrscheinlichkeiten arbeiten:

- Beschreiben des Ergebnisraums eines Zufallsexperiments sowie von Ereignissen und zugehörigen Gegenereignissen; Darstellen solcher Ereignisse mithilfe von Mengendiagrammen und Interpretieren solcher Darstellungen **DZ-B2**
- Kennen und Anwenden relativer Häufigkeiten als Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten und umgekehrt Wahrscheinlichkeiten als Vorhersagewerte für relative Häufigkeiten **DZ-B3**
- Ermitteln und Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten unter Verwendung der Laplace-Annahme; Beurteilen der Zulässigkeit von Laplace-Annahmen **DZ-B4**

- Kennen und Anwenden von Baumdiagrammen zur Darstellung mehrstufiger Zufallsexperimente; Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Multiplikations- und Additionsregel sowie Interpretieren dieser Wahrscheinlichkeiten **DZ-B5**
- Kennen und Anwenden bedingter Wahrscheinlichkeiten als Wahrscheinlichkeiten auf einem eingeschränkten Ergebnisraum; Ermitteln und Interpretieren bedingter Wahrscheinlichkeiten zum Beispiel im Zusammenhang mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln **DZ-B6**; Kennen und Anwenden der stochastischen (Un-)Abhängigkeit von Ereignissen; Kennen und Anwenden des Satzes von Bayes

7. Klasse, 5. Semester:

Kompetenzbereich Algebra und Geometrie

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit Vektoren, Geraden und Ebenen im Raum

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit Vektoren, Geraden und Ebenen im Raum arbeiten:

- Interpretieren und Darstellen von Vektoren als Zahlentripel, Punkte oder Pfeile; Kennen und Anwenden der Addition und Subtraktion von Vektoren sowie der Multiplikation mit einem Skalar; Kennen und Anwenden des Betrags eines Vektors und des zu einem Vektor $\vec{a} \neq \vec{0}$ gehörigen Einheitsvektors **AG-C1**
- Kennen und Anwenden des Skalarprodukts zweier Vektoren; Ermitteln des Winkels zwischen zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ **AG-C2**; Berechnen von Normalvektoren mithilfe des Kreuzprodukts
- allenfalls: Ermitteln und Interpretieren der Normalprojektion eines Vektors
- Kennen und Anwenden von Parameterdarstellungen von Geraden **AG-C3**
- Kennen und Anwenden von Gleichungen, Parameterdarstellungen und Normalvektordarstellungen von Ebenen; Wechseln zwischen diesen Darstellungen
- Untersuchen von Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade, Punkt und Ebene, Gerade und Gerade, Gerade und Ebene sowie Ebene und Ebene; Ermitteln von Schnittpunkten und Schnittgeraden **AG-C4**
- Interpretieren und Lösen linearer Gleichungssysteme in drei Variablen; Interpretieren von Lösungen und Lösungsfällen
- Bearbeiten geometrischer Aufgaben mithilfe der Vektorrechnung, dabei insbesondere: Messen und Teilen von Strecken, Abtragen von Strecken vorgegebener Länge und Richtung **AG-C1**
- allenfalls: Berechnen von Abständen

Kompetenzbereich Analysis

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit Differenzen- und Differentialquotienten sowie Ableitungsfunktionen,
- mit Ableitungen von Polynomfunktionen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit Differenzen- und Differentialquotienten sowie Ableitungsfunktionen arbeiten:

- Interpretieren des Differenzenquotienten als mittlere Änderungsrate bzw. als Sekantensteigung; rechnerisches und grafisches Ermitteln des Differenzenquotienten; Differenzenquotienten anwenden AN-A2
- Ermitteln von Grenzwerten von Funktionen auf Basis eines intuitiven Verständnisses mithilfe der Grenzwertsätze für Grundrechenoperationen und der Eigenschaften elementarer Funktionen; Interpretieren solcher Grenzwerte AN-A1
- Interpretieren des Differentialquotienten als lokale oder momentane Änderungsrate bzw. als Tangentensteigung; rechnerisches und näherungsweise grafisches Ermitteln des Differentialquotienten; Anwenden von Differentialquotienten AN-A2
- Kennen und Anwenden des Zusammenhangs zwischen Differenzen- und Differentialquotient AN-A2
- Kennen und Anwenden des Begriffs Ableitungsfunktion sowie der Zusammenhänge zwischen einer Funktion und ihren Ableitungsfunktionen, auch in grafischen Darstellungen AN-B3

Die Schülerinnen und Schüler können mit Ableitungen von Polynomfunktionen arbeiten:

- Ermitteln der Ableitungsfunktionen von Polynomfunktionen AN-B1
- Lösen von Optimierungsaufgaben mit Polynomfunktionen auf einem Intervall $[a; b]$ durch Vergleich der Funktionswerte an den Nullstellen der ersten Ableitung in $[a; b]$ und den Randwerten $f(a)$ bzw. $f(b)$ AN-B4
- Untersuchen von Polynomfunktionen: Ermitteln von Nullstellen, Symmetrie, Monotonie- und Krümmungsbereichen, Extrem- sowie Wendestellen, Extrem- sowie Wendepunkte; Ermitteln von Tangentengleichungen F-A4 F-D1 F-D2 AN-B4
- Kennen und Anwenden der Eigenschaft einer Polynomfunktion vom Grad n , einen bestimmten Wert höchstens n -mal anzunehmen; Kennen und Anwenden des Zusammenhangs zwischen dem Grad einer Polynomfunktion und der Anzahl möglicher Null-, Extrem- und Wendestellen F-D2
- Aufstellen eines linearen Gleichungssystems, um die Koeffizienten einer Polynomfunktion mit gegebenen Eigenschaften zu berechnen; Lösen dieses Gleichungssystems mit Technologieeinsatz und Ermitteln einer Funktionsgleichung F-D4 AG-B7

7. Klasse, 6. Semester:

Kompetenzbereich Analysis

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit Ableitungen verschiedener Arten von Funktionen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit Ableitungen verschiedener Arten von Funktionen arbeiten:

- Ermitteln von Ableitungsfunktionen von Potenz-, Polynom-, Exponential-, Logarithmus-, Sinus- und Cosinusfunktionen; Kennen und Anwenden von Faktor-, Summen-, Produkt- und Kettenregel zum Differenzieren von Funktionen, die aus solchen Funktionen zusammengesetzt sind **AN-B1**;
allenfalls: Kennen und Anwenden der Quotientenregel
- Ermitteln von Ableitungsfunktionen mit Technologieeinsatz **AN-B5**
- Untersuchen von Funktionen: Nullstellen, Symmetrie, asymptotisches Verhalten, Monotonie- und Krümmungsbereiche, Extrem- sowie Wendestellen, Extrem- sowie Wendepunkte; Ermitteln von Tangentengleichungen **F-A3 AN-B4**
- Anwenden der Differentialrechnung in Naturwissenschaft, Technik und Wirtschaft **AN-B5**
- Lösen von Optimierungsaufgaben mit Technologieeinsatz
- Kennen und Anwenden von $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ als Stetigkeit einer Funktion f an der Stelle a ;
allenfalls: Kennen und Anwenden der Zwischenwerteigenschaft stetiger Funktionen
- allenfalls: Exaktifizieren des Grenzwertbegriffs für Funktionen

Kompetenzbereich Daten und Zufall

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilungen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilungen arbeiten:

- Kennen und Anwenden der Wahrscheinlichkeitsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen; Ermitteln des Erwartungswerts, der Varianz und der Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen; Interpretieren des Erwartungswerts **DZ-C1**
- Kennen und Anwenden der Binomialverteilung sowie ihres Erwartungswerts, ihrer Varianz und ihrer Standardabweichung; Ermitteln zugehöriger Wahrscheinlichkeiten und Quantile mit Technologieeinsatz sowie Interpretieren dieser Werte **DZ-C2**; Beurteilen der Zulässigkeit der Modellierung mit der Binomialverteilung

- Kennen und Anwenden von Hypothesentests auf Basis der Binomialverteilung mit Technologieeinsatz
- allenfalls: Arbeiten mit der geometrischen und hypergeometrischen Verteilung

Kompetenzbereich Algebra und Geometrie

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- allenfalls mit komplexen Zahlen,
- allenfalls mit Kreisen, Kugeln und Kegelschnitten

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Allenfalls: Die Schülerinnen und Schüler können mit komplexen Zahlen arbeiten:

- Reflexion über den Zahlbegriff und den Zusammenhang zwischen Lösbarkeit von Gleichungen und Zahlbereichserweiterungen
- Darstellen und Interpretieren komplexer Zahlen; Kennen und Anwenden der Grundrechenoperationen für komplexe Zahlen
- Lösen quadratischer Gleichungen mit reellen Koeffizienten über der Grundmenge der komplexen Zahlen

Allenfalls: Die Schülerinnen und Schüler können mit Kreisen, Kugeln und Kegelschnitten arbeiten:

- Beschreiben von Kreisen durch Gleichungen; Ermitteln der gegenseitigen Lage von Kreis und Gerade und Berechnen vorhandener Schnittpunkte; Ermitteln von Tangenten an Kreise
- Beschreiben von Kugeln durch Gleichungen; Ermitteln von Tangentialebenen an Kugeln
- Kennen von Ellipsen, Parabeln und Hyperbeln als Kegelschnitte; Beschreiben dieser Kurven durch Gleichungen; Ermitteln von Tangenten

8. Klasse:

Kompetenzbereich Analysis

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit bestimmten Integralen und Stammfunktionen

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit bestimmten Integralen und Stammfunktionen arbeiten:

- Definieren und Einschränken bestimmter Integrale mithilfe von Unter- und Obersummen; Deuten bestimmter Integrale im jeweiligen Kontext bzw. geometrisch als orientierte Flächeninhalte; Abschätzen bestimmter Integrale mithilfe von Produktsummen bzw. geometrischer Überlegungen **AN-C1**
- Kennen und Anwenden des Begriffs Stammfunktion sowie der Zusammenhänge zwischen einer Funktion und ihren Stammfunktionen, auch in grafischen Darstellungen **AN-B3**
- Ermitteln von Stammfunktionen auch unter Verwendung der Summen- und Faktorregel **AN-B2**;
allenfalls: Ermitteln von Stammfunktionen von Funktionen der Form $a \cdot f'(g(x)) \cdot g'(x)$ durch Umkehren der Kettenregel
- Ermitteln bestimmter Integrale stetiger Funktionen mithilfe von Stammfunktionen; Kennen und Anwenden der Integralfunktion F mit $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ als spezielle Stammfunktion einer stetigen Funktion f mit $F(a) = 0$ **AN-C2**
- Ermitteln von Stammfunktionen und bestimmten Integralen mit Technologieeinsatz **AN-B5, AN-C3**
- Kennen und Anwenden bestimmter Integrale in Kontexten als Gesamteffekt von Änderungsraten, d. h. $\int_a^b f'(x) dx$ gibt die absolute Änderung von f im Intervall $[a; b]$ an, zum Beispiel bei zurückgelegten Wegen, Geschwindigkeiten, Zu- und Abflüssen, Arbeit bzw. Energie **AN-C1**
- Ermitteln und Interpretieren von Volumina als bestimmtes Integral der Querschnittsflächeninhaltsfunktion, Berechnen von Rotationsvolumina; Herleiten von Formeln für den Rauminhalt von Körpern wie Pyramide, Drehkegel und Kugel

Kompetenzbereich Daten und Zufall

Kompetenzbeschreibungen

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit der Normalverteilung

arbeiten.

Anwendungsbereiche

Die Schülerinnen und Schüler können mit der Normalverteilung arbeiten:

- Kennen und Anwenden der Normalverteilung; Ermitteln und Interpretieren von Flächeninhalten unter dem Graphen der Dichtefunktion; Kennen und Anwenden der Bedeutung des Erwartungswerts und der Standardabweichung für den Graphen der Dichtefunktion **DZ-C3**
- Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten und Quantilen einer normalverteilten Zufallsvariable mit Technologieeinsatz und Interpretieren dieser Werte; Kennen und Anwenden der σ -Regeln für normalverteilte Zufallsvariablen **DZ-C4**
- Kennen und Anwenden der Verteilung des Stichprobenmittelwerts normalverteilter Werte
- Ermitteln zweiseitiger Prognoseintervalle für einen Einzelwert bzw. einen Stichprobenmittelwert normalverteilter Zufallsvariablen mit Technologieeinsatz; Interpretieren solcher Prognoseintervalle; Durchführen einfacher statistischer Hypothesentests für den Erwartungswert μ einer normalverteilten Zufallsvariable bei bekannter Standardabweichung σ mit Technologieeinsatz **DZ-C4**
- allenfalls: Approximieren der Binomialverteilung durch die Normalverteilung; Ermitteln von Konfidenzintervallen für den Erwartungswert μ einer normalverteilten Zufallsvariable bei bekannter Standardabweichung σ mit Technologieeinsatz; Interpretieren solcher Konfidenzintervalle; Verteilungsfunktion der Normalverteilung

Sicherung der Nachhaltigkeit

Die Schülerinnen und Schüler können zentrale mathematische Kompetenzen, die für die Reifeprüfung und darüber hinaus bedeutsam sind, vertiefen und vernetzen, wodurch ein Beitrag zu deren Nachhaltigkeit geleistet wird.