

Mathematik

Bildungs- und Lehraufgabe

Die folgenden, in dieser Weise von Heinrich Winter (Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik Nr. 61, 1995) beschriebenen sogenannten *Grunderfahrungen* stehen im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe:

- „Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.“

Gemäß der dritten Grunderfahrung sollen Schüler*innen Mathematik als *Schule des Denkens* kennenlernen und erleben, die sie auf das Herangehen an vielfältige inner- und außermathematische Probleme vorbereitet, auch wenn ihnen noch keine genau passenden Lösungsmethoden zur Verfügung stehen.

Der Mathematikunterricht ist verständnisorientiert und macht die Schüler*innen mit grundlegenden Denk- und Arbeitsweisen der Mathematik vertraut, die sie in vielfältigen außer- und innermathematischen Situationen anwenden. Im Sinne des Lerntransfers übertragen Schüler*innen Problemlösungen mit Hilfestellungen und zunehmend selbstständig auf andere vergleichbare Situationen. Mathematik kann als eigene, auf der ganzen Welt gleich verwendete *Sprache*¹ aufgefasst werden. Anhand konkreter Anwendungen wird bewusst, dass und wie außermathematische Problemstellungen in diese Sprache übertragen und dort bearbeitet werden können. Nach erfolgter Bearbeitung werden Ergebnisse bzw. Lösungen in den Kontext der ursprünglichen Anwendungssituation zurückübersetzt. Zum verständnisorientierten Mathematikunterricht gehören neben dem Modellieren auch das Interpretieren und das Erstellen mathematischer Darstellungen², das Quantifizieren von Zusammenhängen, das Argumentieren³ sowie grundlegende operative Fertigkeiten mit Zahlen, Variablen und Figuren. Digitale Technologien werden ab Beginn der Sekundarstufe I insbesondere zum entdeckenden Arbeiten, zur Unterstützung des Kompetenzerwerbs sowie als Medium zum Berechnen, Darstellen und Kontrollieren sinnvoll genutzt⁴.

Die Schüler*innen erfahren im Unterricht, wie mathematische Denk- und Rechenvorgänge in unterschiedlichen Anwendungen, Berufsfeldern⁵ und anderen Wissenschaften eingesetzt werden, sodass sie Mathematik als beziehungsreich und nicht als isoliert erleben. Die fächerübergreifende bzw. fächerverbindende Bearbeitung von Themen betont den Stellenwert von Mathematik für viele andere Bereiche, auch im Sinne einer reflexiven Geschlechterpädagogik⁶.

¹ Interkulturelle Bildung

² Medienbildung

³ Sprachliche Bildung

⁴ Medienbildung, Informatische Bildung

⁵ Entrepreneurship Education

⁶ Reflexive Geschlechterpädagogik und Gleichstellung

Mathematik bzw. der Mathematikunterricht sollen Vorbild sein, für Behauptungen Argumente zu geben und auch von anderen einzufordern. Mängel in Argumentationen sollen erkannt und aufgezeigt werden. Dadurch werden kritisches Denken, Offenheit gegenüber verschiedenen Standpunkten und Sichtweisen sowie die mündige Teilnahme an gesellschaftlichen Diskussions- und Entscheidungsprozessen⁷ gefördert.

Das Kompetenzmodell und die Kompetenzbereiche orientieren sich in Teilen an den 2009 verordneten Bildungsstandards M8 (Österreichisches Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik. Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe. Klagenfurt: Alpen-Adria-Universität, 2007; Neureiter, H. C., Fürst, S., Mürwald, E., Preis, C. et al. Praxishandbuch für „Mathematik“ 8. Schulstufe. Wien: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, 2011).

Kompetenzmodell und Kompetenzbereiche

Das zugrunde gelegte Kompetenzmodell verschränkt die im nächsten Abschnitt beschriebenen inhaltlichen Kompetenzbereiche mit den folgenden Prozessen:

- Modellieren und Problemlösen
- Operieren (Rechnen und Konstruieren)
- Darstellen und Interpretieren
- Vermuten und Begründen

Modellieren meint das Bearbeiten außermathematischer Aufgabenstellungen mithilfe von Mathematik. Dabei können deskriptive Modelle (für bereits bestehende außermathematische Sachverhalte) sowie normative Modelle (für erst zu gestaltende außermathematische Bereiche) zum Einsatz kommen. Problemlösen meint das Bearbeiten innermathematischer Aufgabenstellungen, die für Schüler*innen keine Routineaufgaben sind, insbesondere wenn ihnen (noch) kein passendes Lösungsverfahren bekannt ist.

Operieren meint das Durchführen von Rechen- oder Konstruktionsabläufen. Rechnen meint das Durchführen von Rechenoperationen mit konkreten Zahlen (auch Abschätzen von Größenordnungen) ebenso wie das Umformen algebraischer Ausdrücke und das Lösen von Gleichungen. Konstruieren meint das regelhafte Erstellen von Bildern geometrischer Objekte.

Darstellen meint das verbale, grafische, tabellarische oder algebraische Beschreiben inner- und außermathematischer Sachverhalte und umfasst auch den Wechsel zwischen solchen Darstellungsarten. Interpretieren meint das Entnehmen von Informationen aus verbalen, grafischen, tabellarischen oder algebraischen Darstellungen und das Deuten im jeweiligen Kontext⁸.

Vermuten meint das Aufstellen von Hypothesen aufgrund von Beobachtungen und steht häufig am Beginn eines Begründungsprozesses. Begründen meint das Anführen von Argumenten bzw. das Bilden von Argumentationsketten⁸, um eine Vermutung bzw. Behauptung zu bestätigen oder zu widerlegen.

Die mathematische Kompetenz der Schüler*innen zeigt sich in der Fähigkeit, diese Handlungen im Rahmen der zentralen fachlichen Konzepte durchführen zu können.

⁷ Politische Bildung

⁸ Sprachliche Bildung

Zentrale fachliche Konzepte

Dem Mathematikunterricht der Sekundarstufe I liegen die folgenden vier inhaltlichen Kompetenzbereiche zugrunde:

Zahlen und Maße sind Mittel, um die Eigenschaften realer Objekte und Phänomene durch Zählen bzw. Messen quantitativ zu erfassen und einer Berechnung zugänglich zu machen.

Aufbauend auf den Erfahrungen aus der Primarstufe werden Grundvorstellungen und operative Fertigkeiten im Bereich der natürlichen Zahlen gefestigt. Diese werden zunächst zu den nichtnegativen Dezimal- und Bruchzahlen, dann weiter zu den ganzen und rationalen Zahlen und schließlich zu den reellen Zahlen erweitert. Im Zuge dieser Zahlbereichserweiterungen treten sowohl realitätsbezogene Aspekte (Zahlen als Messergebnisse) als auch innermathematische Arbeits- und Denkweisen (Zahlen als eigenständige, abstrakte Objekte) in Erscheinung.

Variablen und Funktionen sind zentrale mathematische Konzepte, mit denen sich Zusammenhänge zwischen Größen bzw. Zahlen beschreiben und untersuchen lassen.

Die Vorstellung von Variablen als Platzhalter wird bereits in der Primarstufe thematisiert. Der weitere Ausbau des Variablenbegriffs ist eine Voraussetzung für den Übergang vom arithmetischen hin zum algebraischen Denken. Funktionale Betrachtungsweisen treten bereits zu Beginn der Sekundarstufe auf, z. B. bei der direkten Proportionalität. Der Funktionsbegriff wird allerdings erst am Ende der Sekundarstufe I eingeführt.

Figuren und Körper sind Idealisierungen realer Objekte. Sie werden zeichnerisch dargestellt, ihre Eigenschaften und Zusammenhänge sowie ihre Lagen bzw. Lagebeziehungen werden beschrieben und untersucht.

Das räumliche Vorstellungsvermögen wird im Unterricht weiterentwickelt und gefestigt. Winkel-, Längen-, Flächen- und Volumenbeziehungen werden begründet und zu Berechnungen genutzt. Arithmetische Beziehungen werden geometrisch dargestellt; umgekehrt werden geometrische Darstellungen arithmetisch gedeutet.

Daten und Zufall werden im Informationszeitalter immer wichtiger. Kenngrößen und Diagramme der beschreibenden Statistik dienen der Orientierung und Entscheidungsfindung. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff ist grundlegend für die Quantifizierung von Sicherheit⁹.

Der Wahrscheinlichkeitsbegriff wird – ausgehend vom alltäglichen Sprachgebrauch von „wahrscheinlich“ – intuitiv entwickelt und der Zusammenhang von Wahrscheinlichkeiten mit relativen Häufigkeiten bei wiederholbaren Zufallsexperimenten hergestellt.

Didaktische Grundsätze

Die aufbauende Struktur der Mathematik erfordert das Wiederholen und Festigen des Vorwissens aus den vorangegangenen Schulstufen, auch im Sinne der *Sicherung der Nachhaltigkeit*. Das *Spiralprinzip*, bei dem im Unterricht Inhalte auf verschiedenen Entwicklungsstufen immer wieder aufgegriffen und in jeweils vertiefender Form behandelt werden, spielt dabei eine besondere Rolle. Ein Beispiel dafür

⁹ Politische Bildung und Medienbildung

ist das Konzept der direkten Proportionalität, das in einfacher Form schon aus der Primarstufe vertraut ist und im Laufe der Sekundarstufe I bis hin zum allgemeinen Funktionsbegriff ausgebaut wird.

Die Entwicklung mathematischen Verständnisses baut auf altersadäquaten Plausibilitätserklärungen bzw. präformalen Begründungen in allen Bereichen sowie exemplarisch auch auf formalen Argumenten auf. Der Zweck des Argumentierens¹⁰ ist nicht nur zu klären, ob eine mathematische Behauptung richtig oder falsch ist, sondern vor allem zu erklären, warum sie richtig oder falsch ist.

Der Mathematikunterricht ermöglicht vielfältige Lernprozesse der Schüler*innen beim Lösen außermathematischer sowie innermathematischer Aufgaben. Die Schüler*innen erleben Mathematik nicht nur als Unterrichtsgegenstand mit fertigen und zu lernenden Zusammenhängen (z. B. Formeln), sondern vor allem als Prozess, in den sie selbst involviert sind¹¹. Gemäß dem *genetischen Prinzip* werden Zusammenhänge und Wissen aus konkreten Problemstellungen heraus entwickelt und nicht primär auf Vorrat gelernt.

Durch Einblicke in die historische Entwicklung der Mathematik und in das Wirken einiger ihrer Persönlichkeiten¹² erfahren Schüler*innen, dass Mathematik nicht seit jeher feststeht, sondern laufend entwickelt und gestaltet wird. Die Schüler*innen lernen die Bedeutung der Mathematik einerseits als Menschen verbindende Kulturtechnik¹³ und andererseits als zukunftsweisende Schlüsseltechnologie¹¹ kennen.

Eine Herausforderung des Mathematikunterrichts liegt in der Balance zwischen der Nutzung digitaler Technologien und der Ausbildung grundlegender kognitiver Fähigkeiten sowie manuell-operativer Fertigkeiten. Digitale Technologien mit ihrem mächtigen Potenzial zum Untersuchen, Erforschen, Berechnen und Darstellen¹⁴ sind in einem zeitgemäßen Unterricht unverzichtbar, und grundlegende manuell-operative Fertigkeiten fördern den verständigen Einblick in Strukturen und Zusammenhänge. Beides ist also in einem sinnstiftenden Mathematikunterricht, in dem Schüler*innen kognitiv aktiviert werden, zentral. Zu den anzustrebenden Fertigkeiten gehört auch das flexible Rechnen, insbesondere das sichere Kopfrechnen, um durch Überschlagsrechnungen – nach geeigneter Rundung – Ergebnisse abschätzen¹⁵ zu können.

Ab dem Beginn der Sekundarstufe werden digitale Technologien wie Tabellenkalkulationsprogramme, Dynamische Geometrie-Software, interaktive Übungen, Taschenrechner und Grafikrechner¹⁴ zur Unterstützung des Kompetenzerwerbs genutzt, weiters zum produktiven Üben, zum experimentellen Entdecken von Gesetzmäßigkeiten, zum Darstellen und Veranschaulichen, zum Überprüfen von Ergebnissen oder als Rechenhilfen.

Die Schüler*innen werden angeleitet, Fachsprache produktiv zu nutzen, indem sie beispielsweise Konstruktionen und Lösungswege verbal beschreiben. Sie erkennen und verstehen altersadäquate fachsprachliche Elemente als Teil der Bildungssprache und nutzen diese aktiv zur unmissverständlichen Kommunikation¹⁰.

¹⁰ Sprachliche Bildung

¹¹ Entrepreneurship Education

¹² Reflexive Geschlechterpädagogik und Gleichstellung

¹³ Interkulturelle Bildung

¹⁴ Informatische Bildung

¹⁵ Wirtschafts- und Verbraucher*innenbildung

Im Unterricht werden sowohl einschrittige als auch mehrschrittige Aufgaben bearbeitet. Aufgaben, die verschiedene Lösungswege bzw. unterschiedliche Lösungen zulassen, sind Teil einer ausgewogenen Aufgabekultur. Der Lösungsprozess und das Resultat haben jeweils eine eigenständige Bedeutung.

Der Unterricht soll die Eigenständigkeit und Selbsttätigkeit der Schüler*innen fördern. Fehler, die dabei auftreten können, werden konstruktiv aufgegriffen, mit anderen diskutiert und so als Lernchance begriffen¹⁶. Ein solcher produktiver Umgang mit Fehlern trägt zu einem positiven Lernklima bei und fördert die Weiterentwicklung der mathematischen Kompetenzen der Schüler*innen.

Die Schüler*innen sollen durch Individualisierung und Differenzierung entsprechend ihren jeweiligen Begabungen, Fähigkeiten, Bedürfnissen und Interessen gefördert werden. Unterrichtsformen wie Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit, entdeckendes Lernen und projektorientierter Unterricht sind dazu geeignet. Auch der Technologieeinsatz¹⁷ hat hier besonderes Potenzial. Im Unterricht ist auf ein angemessenes Verhältnis zwischen individueller Wissenskonstruktion durch die Schüler*innen selbst und Instruktion durch die Lehrperson zu achten.

Die im folgenden Abschnitt *Kompetenzbereiche* genannten knappen Kompetenzbeschreibungen werden im Abschnitt *Anwendungsbereiche* anhand konkreter Inhalte und Handlungen erläutert und präzisiert. Die Differenzierung zwischen den Leistungsniveaus *Standard* und *Standard AHS* erfolgt innerhalb des durch die Kompetenz- und Anwendungsbereiche festgelegten Rahmens durch die Lehrperson.

¹⁶ Entrepreneurship Education

¹⁷ Informatische Bildung

Kompetenzbereiche

1. Klasse

Kompetenzbereich 1: Zahlen und Maße

Die Schüler*innen können

- natürliche Zahlen sowie nichtnegative Dezimal- und Bruchzahlen interpretieren, darstellen und vergleichen,
- Rechenoperationen mit natürlichen Zahlen und mit nichtnegativen Dezimalzahlen durchführen und deuten; Überschlagsrechnungen durchführen,
- Größen ein- und mehrnamig anschreiben, Maßangaben interpretieren und Umrechnungen durchführen.

Kompetenzbereich 2: Variablen und Funktionen

Die Schüler*innen können

- einfache Terme, Gleichungen und Formeln aufstellen und interpretieren¹⁸,
- Lösungen einfacher Gleichungen finden.

Kompetenzbereich 3: Figuren und Körper

Die Schüler*innen können

- mit einfachen geometrischen Objekten in der Ebene arbeiten,
- Eigenschaften von Rechtecken beschreiben; Rechtecke und Figuren, die aus Rechtecken bestehen, konstruieren und maßstäblich darstellen; Formeln für den Umfang und den Flächeninhalt von Rechtecken begründen und anwenden,
- Eigenschaften von Quadern beschreiben; Formeln für den Oberflächeninhalt und Rauminhalt von Quadern begründen und anwenden.

Kompetenzbereich 4: Daten und Zufall

Die Schüler*innen können

- Daten erheben, ordnen, darstellen und aus unterschiedlichen Darstellungsformen ablesen¹⁹,
- einfache statistische Kennzahlen ermitteln und interpretieren²⁰.

¹⁸ Sprachliche Bildung

¹⁹ Informatische Bildung

²⁰ Medienbildung, Politische Bildung

2. Klasse

Kompetenzbereich 1: Zahlen und Maße

Die Schüler*innen können

- mit Vielfachen und Teilern natürlicher Zahlen sowie mit Aussagen über Teilbarkeit arbeiten²¹,
- nichtnegative Dezimal- und Bruchzahlen sowie ganze Zahlen interpretieren, darstellen und vergleichen,
- Rechenoperationen mit nichtnegativen Bruchzahlen durchführen und interpretieren; die Addition bzw. Subtraktion einer natürlichen Zahl zu bzw. von einer ganzen Zahl als Bewegung auf der Zahlengeraden deuten,
- mit Proportionalitäten und Prozenten arbeiten²².

Kompetenzbereich 2: Variablen und Funktionen

Die Schüler*innen können

- Terme, Gleichungen und Formeln auch mit Brüchen und im Zusammenhang mit Proportionalitäten und Prozenten aufstellen und interpretieren,
- lineare Gleichungen durch Umkehren von Rechenoperationen lösen und Formeln umformen.

Kompetenzbereich 3: Figuren und Körper

Die Schüler*innen können

- mit kartesischen Koordinatensystemen arbeiten,
- achsensymmetrische Figuren sowie zueinander kongruente Figuren erkennen, konstruieren und ihre Eigenschaften nutzen,
- mit Dreiecken, besonderen Vierecken und ihren Flächeninhalten arbeiten.

Kompetenzbereich 4: Daten und Zufall

Die Schüler*innen können

- relative Häufigkeiten ermitteln, grafisch darstellen und grafische Darstellungen interpretieren²³.

²¹ Sprachliche Bildung

²² Wirtschafts- und Verbraucher*innenbildung

²³ Informatische Bildung, Medienbildung, Sprachliche Bildung

3. Klasse

Kompetenzbereich 1: Zahlen und Maße

Die Schüler*innen können

- rationale Zahlen darstellen, vergleichen und ordnen; Rechenoperationen durchführen und interpretieren.

Kompetenzbereich 2: Variablen und Funktionen

Die Schüler*innen können

- Terme, Gleichungen und Formeln auch im Zusammenhang mit Verhältnissen bzw. Proportionen aufstellen und interpretieren,
- Terme umformen, auch unter Anwendung der Potenzdarstellung mit positiven ganzzahligen Exponenten,
- Gleichungen und Formeln umformen; Gleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen,
- Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren²⁴ und mit den zugehörigen Modellen arbeiten.

Kompetenzbereich 3: Figuren und Körper

Die Schüler*innen können

- mit Vielecken und ihren Flächeninhalten arbeiten,
- Figuren zentrisch vergrößern bzw. verkleinern; ähnliche Figuren erkennen und nutzen,
- räumliche Objekte beschreiben und darstellen; Oberflächen- und Rauminhalte gerader Prismen und Rauminhalte von Pyramiden ermitteln.

Kompetenzbereich 4: Daten und Zufall

Die Schüler*innen können

- statistische Darstellungen erstellen und nutzen²⁴; Manipulationen in statistischen Darstellungen erkennen²⁵,
- aufbauend auf einem intuitiven Wahrscheinlichkeitsbegriff Wahrscheinlichkeiten in einfachen Zufallsexperimenten ermitteln, vergleichen und interpretieren.

²⁴ Informatische Bildung

²⁵ Medienbildung, Politische Bildung

4. Klasse

Kompetenzbereich 1: Zahlen und Maße

Die Schüler*innen können

- den Unterschied zwischen rationalen und nichtrationalen Zahlen verstehen und beschreiben; Rechenoperationen mit reellen Zahlen durchführen; mit Wurzeln und Näherungswerten arbeiten.

Kompetenzbereich 2: Variablen und Funktionen

Die Schüler*innen können

- mit Termen, Gleichungen mit einer Variablen und Formeln in vielfältigen Situationen arbeiten,
- unterschiedliche Darstellungsformen funktionaler Zusammenhänge nutzen und Darstellungsformen wechseln,
- mit linearen Funktionen arbeiten,
- lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen und lösen.

Kompetenzbereich 3: Figuren und Körper

Die Schüler*innen können

- mit dem pythagoräischen Lehrsatz arbeiten,
- Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und Kreisteilen ermitteln,
- Drehzylinder und Drehkegel beschreiben; Oberflächen- und Rauminhalte ermitteln.

Kompetenzbereich 4: Daten und Zufall

Die Schüler*innen können

- Kreuztabellen erstellen und interpretieren²⁶,
- Wahrscheinlichkeiten bei ein- und zweistufigen Zufallsexperimenten ermitteln und interpretieren²⁷.

²⁶ Sprachliche Bildung

²⁷ Informatische Bildung, Sprachliche Bildung

Anwendungsbereiche

Präzisierung der Kompetenzbeschreibungen

Im Folgenden werden die Kompetenzbeschreibungen anhand des Lehrstoffs präzisiert. Die mit „allenfalls“ gekennzeichneten Inhalte sind nicht verbindlich. Sie bieten geeignete Möglichkeiten zur Schwerpunktsetzung bzw. Individualisierung sowohl im Leistungsniveau Standard wie auch im Leistungsniveau Standard AHS.

1. Klasse

Im Anschluss an die Präzisierung der Kompetenzbeschreibungen der 1. Klasse werden Vorschläge für den Einsatz digitaler Technologien für alle vier Kompetenzbereiche gemacht.

Kompetenzbereich 1: Zahlen und Maße

Die Schüler*innen können natürliche Zahlen sowie nichtnegative Dezimal- und Bruchzahlen interpretieren, darstellen und vergleichen.

- grafisches Darstellen von Zahlen als Punkte am Zahlenstrahl und Ablesen von Zahlen; Lesen großer Zahlen
- Verstehen und Anwenden des dezimalen Stellenwertsystems, d. h. des Prinzips „Bündeln in Zehner-Schritten“
- Deuten von Brüchen als Anteile eines Ganzen bzw. als Anteile von mehreren Ganzen; Ergänzen von Brüchen auf Ganze
- Erweitern und Kürzen von Brüchen, insbesondere mithilfe von Visualisierungen
- Deuten von Brüchen als Quotienten
- Wechseln zwischen Bruch- und Dezimaldarstellung in einfachen Fällen (z. B. $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$; $1,25 = \frac{5}{4}$; $\frac{47}{100} = 0,47$)
- Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen sowie nichtnegativer Dezimal- und Bruchzahlen
- Lesen und allenfalls Schreiben römischer Zahldarstellungen; Erkennen der Vorteile des dezimalen Stellenwertsystems im Vergleich zur römischen Zahldarstellung

Die Schüler*innen können Rechenoperationen mit natürlichen Zahlen und mit nichtnegativen Dezimalzahlen durchführen und deuten; Überschlagsrechnungen durchführen.

- schriftliches Durchführen der vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen und nichtnegativen Dezimalzahlen, in einfachen Fällen auch im Kopf
- Beschreiben der Algorithmen für die Grundrechenoperationen²⁸ anhand konkreter Beispiele; allenfalls Begründen der Algorithmen anhand konkreter Beispiele mithilfe von Rechenregeln und Eigenschaften des dezimalen Stellenwertsystems
- Runden von Zahlen, Abschätzen von Rechenergebnissen, Ermitteln von Schranken (z. B. $23 \cdot 46$ ist größer als $20 \cdot 40$ und kleiner als $30 \cdot 50$)
- Erkennen, wie sich Änderungen eines Operanden (Summand, Faktor, ...) auf das Ergebnis auswirken; Nutzen dieser Einsichten

²⁸ Sprachliche Bildung

- Veranschaulichen der Rechenoperationen, z. B. mittels Zahlenstrahl, Strecken, Rechtecken, Punktmuster
- Deuten des Addierens z. B. als Zusammenfügen, bei natürlichen Zahlen auch als Weiterzählen
- Deuten des Subtrahierens z. B. als Abziehen, als Ergänzen, als Ermitteln des Unterschieds, als Umkehren des Addierens
- Deuten des Multiplizierens mit natürlichen Zahlen z. B. als wiederholtes Addieren, als Vervielfachen
- Deuten des Dividierens durch natürliche Zahlen z. B. als Teilen, als Messen, als Umkehren des Multiplizierens
- Kennen, Formulieren und Anwenden der Rechengesetze sowie der Klammer- und Vorrangregeln für natürliche Zahlen und nichtnegative Dezimalzahlen
- verbales Beschreiben²⁹ von Rechenausdrücken und Darstellen verbal beschriebener Rechenanweisungen durch Rechenausdrücke
- Lösen von Aufgaben in Sachsituationen; Beschreiben, Vergleichen und Begründen von Lösungswegen²⁹; kritisches Betrachten von Ergebnissen und ihrer Genauigkeit³⁰

Die Schüler*innen können Größen ein- und mehrnamig anschreiben, Maßangaben interpretieren und Umrechnungen durchführen.

- Verbinden von Vorstellungen mit Maßeinheiten³¹; Vergleichen und Messen von Größen (insbesondere Längen, Flächen- und Rauminhalte, Massen, Zeitspannen, Geldbeträge); Schätzen von Größen anhand von Stützpunktvorstellungen, d. h. Vergleichen mit Größen aus dem Alltag
- Kennen und Nutzen der ein- und mehrnamigen Schreibweise von Größen; Durchführen von Maßumrechnungen

Kompetenzbereich 2: Variablen und Funktionen

Die Schüler*innen können einfache Terme, Gleichungen und Formeln aufstellen und interpretieren.

- Aufstellen einfacher Terme bzw. Gleichungen zu vorgegebenen Texten; Formulieren von Texten²⁹ zu vorgegebenen einfachen Termen bzw. Gleichungen
- Aufstellen einfacher Formeln in der Geometrie und in verschiedenen Sachsituationen (z. B. Zusammenhang Preis – Warenmenge)

Die Schüler*innen können Lösungen einfacher Gleichungen finden.

- Lösen einfacher Gleichungen durch systematisches Probieren und durch Veranschaulichen
- Berechnen einer Größe aus einer einfachen Formel, wenn alle anderen Größen gegeben sind

Kompetenzbereich 3: Figuren und Körper

Die Schüler*innen können mit einfachen geometrischen Objekten in der Ebene arbeiten.

²⁹ Sprachliche Bildung

³⁰ Wirtschafts- und Verbraucher*innenbildung, Politische Bildung

³¹ Wirtschafts- und Verbraucher*innenbildung

- Kennen der geometrischen Objekte Punkt, Strecke, Strahl, Gerade, Winkel; Beschreiben zugehöriger Lagebeziehungen
- Lösen von Konstruktionsaufgaben mit parallelen bzw. normalen Geraden, Strahlen und Strecken
- Beschreiben des Abstands zweier Punkte, des Abstands eines Punktes von einer Geraden, des Abstands paralleler Geraden; Ermitteln solcher Abstände
- Kennen des Gradmaßes für Winkel; Schätzen der Größe von Winkeln; Einteilen der Winkel nach ihrer Größe (spitzer, rechter, stumpfer, gestreckter, erhabener und voller Winkel)
- Zeichnen und Messen von Winkeln
- Kennen, Beschreiben und Zeichnen von Kreisen (Kreislinien, Kreisflächen) und von Kreisteilen (Kreisbogen, Kreissektor, Kreissegment); Beschreiben der Lagebeziehung zwischen Punkt bzw. Gerade und Kreis, insbesondere im Fall einer Tangente; Konstruieren von Tangenten in Kreispunkten
- allenfalls Lösen weiterer Konstruktionsaufgaben mit Kreisen und Geraden
- Beachten des Unterschieds zwischen einem geometrischen Objekt und seiner Größe (Strecke – Streckenlänge, Fläche – Flächeninhalt, Winkel – Winkelmaß)

Die Schüler*innen können Eigenschaften von Rechtecken beschreiben; Rechtecke und Figuren, die aus Rechtecken bestehen, konstruieren und maßstäblich darstellen; Formeln für den Umfang und den Flächeninhalt begründen und anwenden.

- Skizzieren und Konstruieren von Rechtecken und Figuren, die aus Rechtecken bestehen
- maßstäbliches Zeichnen von Figuren, die aus Rechtecken bestehen; Wählen geeigneter Maßstäbe; Ermitteln von Längen aus maßstäblichen Zeichnungen
- Kennen, Anwenden und Begründen einer Formel für den Umfang eines Rechtecks; Lösen entsprechender Umkehraufgaben
- Ermitteln von Flächeninhalten von Rechtecken durch Zerlegen in passende Einheitsquadrate
- Kennen, Anwenden und Begründen der Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks; Lösen entsprechender Umkehraufgaben
- Abschätzen des Flächeninhalts von Figuren durch Auslegen bzw. Überdecken mit Rechtecken, allenfalls auch von nicht geradlinig begrenzten Figuren
- Bearbeiten von Aufgaben in Sachsituationen, z. B. Arbeiten mit Plänen und Landkarten

Die Schüler*innen können Eigenschaften von Quadern beschreiben; Formeln für den Oberflächeninhalt und Rauminhalt von Quadern begründen und anwenden.

- Beschreiben von Quadern mithilfe geeigneter geometrischer Begriffe (Ecken, Kanten, Flächen, parallel, normal)
- Skizzieren von Schrägrissen von Quadern
- Erkennen, ob eine gegebene Figur Netz eines Quaders sein kann; Skizzieren und allenfalls Konstruieren von Netzen
- Kennen, Anwenden und Begründen einer Formel für den Oberflächeninhalt eines Quaders
- Ermitteln von Rauminhalten von Quadern durch Zerlegen in passende Einheitswürfel
- Kennen, Anwenden und Begründen einer Formel für das Volumen eines Quaders; allenfalls Lösen entsprechender Umkehraufgaben

- Erstellen einfacher Ansichten (von vorne, von der Seite, von oben) von Körpern, die aus Quadern bestehen

Kompetenzbereich 4: Daten und Zufall

Die Schüler*innen können Daten erheben, ordnen, darstellen und aus unterschiedlichen Darstellungsformen ablesen.

- Sammeln von Daten, Auswählen und Ordnen dieser Daten nach verschiedenen Gesichtspunkten
- Ermitteln absoluter Häufigkeiten
- Darstellen von Daten³² in Tabellen und durch Säulen- oder Balkendiagramme
- Ablesen und Interpretieren von Daten³³ aus Tabellen und grafischen Darstellungen (z. B. Säulen- und Balkendiagramme, Piktogramme)
- Lösen einfacher Abzählaufgaben, auch mithilfe von Baumdiagrammen (z. B. Anzahl der verschiedenen Menüs, wenn 3 Vorspeisen und 2 Hauptspeisen zur Wahl stehen)

Die Schüler*innen können einfache statistische Kennzahlen ermitteln und interpretieren.

- Ordnen von Datenlisten; Ermitteln und Interpretieren von Minimum, Maximum sowie Spannweite von Datenlisten
- Ermitteln und Interpretieren des arithmetischen Mittelwerts (Durchschnittswerts) und des Medians für kleine Datensätze

Vorschläge für den Einsatz digitaler Technologien³⁴ in der 1. Klasse

- Überprüfen von Rechenergebnissen bzw. Lösungen
- Experimentieren mit Rechenoperationen, Gleichungen und Formeln, z. B. Untersuchen, wie sich Veränderungen von Operanden auf Rechenergebnisse auswirken
- Vergleichen verschiedener Lösungsstrategien
- Darstellen grundlegender geometrischer Objekte
- Lösen von Konstruktionsaufgaben in der Ebene
- Erstellen und Interpretieren verschiedener Ansichten von Körpern, die aus Quadern bestehen
- Sammeln, Ordnen und Darstellen von Daten
- Untersuchen, wie sich Veränderungen von Daten auf den arithmetischen Mittelwert und den Median auswirken

³² Medienbildung, Informatische Bildung

³³ Wirtschafts- und Verbraucher*innenbildung

³⁴ Informatische Bildung

2. Klasse

Im Anschluss an die Präzisierung der Kompetenzbeschreibungen der 2. Klasse werden Vorschläge für den Einsatz digitaler Technologien für alle vier Kompetenzbereiche gemacht.

Kompetenzbereich 1: Zahlen und Maße

Die Schüler*innen können mit Vielfachen und Teilern natürlicher Zahlen sowie mit Aussagen über Teilbarkeit arbeiten.

- Kennen und Anwenden der Begriffe Vielfaches, Teiler, Teilbarkeit, Primzahl; allenfalls Durchführen von Primfaktorzerlegungen
- Verstehen und Anwenden gemeinsamer Vielfacher und Teiler; Ermitteln des kleinsten gemeinsamen Vielfachen und des größten gemeinsamen Teilers, allenfalls auch mit Rechenverfahren
- Kennen und Anwenden einfacher Teilbarkeitsregeln; allenfalls Begründen von Teilbarkeitsregeln sowie Begründen bzw. Widerlegen von Aussagen zur Teilbarkeit (z. B. „Jede Zahl, die durch 6 teilbar ist, ist auch durch 3 teilbar“)
- Anwenden von Teilern und Vielfachen in Sachsituationen

Die Schüler*innen können nichtnegative Dezimal- und Bruchzahlen sowie ganze Zahlen interpretieren, darstellen und vergleichen.

- Wiederholen und Festigen: Deuten, Erweitern und Kürzen von Brüchen; Darstellen am Zahlenstrahl, Vergleichen und Ordnen nichtnegativer Dezimal- und Bruchzahlen
- Wechseln zwischen Bruch- und Dezimaldarstellung auch bei Zahlen mit einfacher periodischer Dezimaldarstellung (z. B. $\frac{2}{3} = 0,666 \dots$; $\frac{1}{9} = 0,111 \dots$)
- Wechseln zwischen Bruch- bzw. Dezimaldarstellung und Prozentdarstellung (z. B. $\frac{3}{4} = 75 \%$; $5 \% = 0,05$)
- Deuten von Brüchen als relative Anteile und relative Häufigkeiten
- Darstellen ganzer Zahlen als Punkte auf der Zahlengeraden; Interpretieren ganzer Zahlen auch in außermathematischen Situationen
- Vergleichen und Ordnen ganzer Zahlen
- Vergleichen der Zahlbereiche, z. B. hinsichtlich der Existenz von Vorgängern, Nachfolgern und Zahlen zwischen zwei Werten, sowie der Eindeutigkeit der Zahldarstellung

Die Schüler*innen können Rechenoperationen mit nichtnegativen Bruchzahlen durchführen und interpretieren; die Addition bzw. Subtraktion einer natürlichen Zahl zu bzw. von einer ganzen Zahl als Bewegung auf der Zahlengeraden deuten.

- Wiederholen und Festigen: Grundvorstellungen zu den Grundrechenoperationen; Durchführen von Rechenverfahren mit nichtnegativen Dezimalzahlen; Abschätzen von Rechenergebnissen, Ermitteln von Schranken
- Deuten des Multiplizierens mit Bruchzahlen, z. B. als Teilen und nachfolgendes Vervielfachen bzw. als Vervielfachen und nachfolgendes Teilen, oder als Ermitteln eines relativen Anteils („Von-Deutung“ der Multiplikation: z. B. $\frac{3}{4}$ von $a = \frac{3}{4} \cdot a = 0,75 \cdot a = 75 \%$ von a)
- Deuten des Dividierens durch eine Bruchzahl z. B. als Messen, als Umkehren des Multiplizierens

- schriftliches Durchführen der vier Grundrechenoperationen mit Bruchzahlen, in einfachen Fällen auch im Kopf
- Beschreiben und Anwenden der Rechenregeln für Bruchzahlen; Interpretieren dieser Rechenregeln durch geometrische Deutungen und in Sachsituationen
- Erkennen, wie sich Änderungen eines Operanden (Summand, Faktor, ...) auf das Ergebnis auswirken, allenfalls im Zusammenhang mit Variablen (z. B. $\frac{a}{b}$ wird doppelt so groß, wenn a gleich bleibt und b halbiert wird)
- Wissen, dass für Bruchzahlen die gleichen Rechengesetze sowie Klammer- und Vorrangregeln wie für natürliche Zahlen und nichtnegative Dezimalzahlen gelten; Anwenden dieser Gesetze und Regeln auf Rechnungen mit Bruchzahlen
- Erkennen von Vorteilen und Nachteilen der Bruch- bzw. Dezimaldarstellung beim Durchführen von Rechenoperationen
- Deuten und Darstellen von Additionen und Subtraktionen der Form $z + n$ und $z - n$ mit $z \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{N}$ als Bewegungen auf der Zahlengeraden; Verwenden dieser Deutung, um entsprechende Rechenaufgaben zu lösen

Die Schüler*innen können mit Proportionalitäten und Prozenten arbeiten.

- Erkennen direkter und indirekter Proportionalitäten in Sachsituationen, die in Texten, durch Daten in Tabellen oder grafisch gegeben sein können; Begründen bzw. Widerlegen von Proportionalitäten
- Rechnen mit Prozenten in vielfältigen Situationen; Verwenden additiver und multiplikativer Berechnungen und Begründen der entsprechenden Zusammenhänge (z. B. Erhöhung um 20 %: $a + \frac{20}{100} \cdot a = 1,2 \cdot a$, oder Verringerung um 10 %: $a - \frac{10}{100} \cdot a = 0,9 \cdot a$)
- Anwenden von Proportionalitäten und Prozenten in Sachsituationen; Beschreiben, Vergleichen und Begründen von Lösungswegen; kritisches Betrachten von Ergebnissen und ihrer Genauigkeit

Kompetenzbereich 2: Variablen und Funktionen

Die Schüler*innen können Terme, Gleichungen und Formeln auch mit Brüchen und im Zusammenhang mit Proportionalitäten und Prozenten aufstellen und interpretieren.

- Wiederholen und Festigen: Aufstellen und Deuten von einfachen Termen, Gleichungen und Formeln in der Geometrie und in verschiedenen Sachsituationen
- Aufstellen von Gleichungen zu vorgegebenen Texten; Formulieren von Texten³⁵ zu vorgegebenen Gleichungen
- Aufstellen von Formeln im Zusammenhang mit Proportionalitäten und Prozenten

Die Schüler*innen können lineare Gleichungen durch Umkehren von Rechenoperationen lösen und Formeln umformen.

- Wiederholen und Festigen: Lösen einfacher Gleichungen durch systematisches Probieren und mithilfe von Veranschaulichungen
- Lösen linearer Gleichungen durch Umkehren von Rechenoperationen

³⁵ Sprachliche Bildung

- Umformen von Formeln im Zusammenhang mit Prozenten und Proportionalitäten
- Anwenden linearer Gleichungen in Sachsituationen; kritisches Betrachten³⁶ der Angemessenheit der mathematischen Beschreibung, der Ergebnisse und ihrer Genauigkeit

Kompetenzbereich 3: Figuren und Körper

Die Schüler*innen können mit kartesischen Koordinatensystemen arbeiten.

- Wissen, dass die Koordinatenachsen Zahlengeraden sind, die aufeinander normal stehen
- Ablesen der Koordinaten von Punkten sowie Einzeichnen von Punkten mit gegebenen Koordinaten in allen Quadranten; Einzeichnen von Figuren, die durch Punkte festgelegt sind
- grafisches und rechnerisches Verschieben von Figuren

Die Schüler*innen können achsensymmetrische Figuren und zueinander kongruente Figuren erkennen, konstruieren und ihre Eigenschaften nutzen.

- Überprüfen, ob eine Figur achsensymmetrisch ist
- Überprüfen, ob zwei Figuren zueinander kongruent sind (durch Übereinanderlegen, durch Messen aller Längen und Winkel sowie allenfalls durch Anwenden geometrischer Sätze)
- Konstruieren zueinander kongruenter Figuren
- Kennen der Eigenschaften, Konstruieren und Anwenden von Strecken- und Winkelsymmetralen

Die Schüler*innen können mit Dreiecken, besonderen Vierecken und ihren Flächeninhalten arbeiten.

- Darstellen von Sachverhalten (z. B. Neigungen, Drehungen) durch Winkel; Erkennen und Anwenden von Größenbeziehungen zwischen Winkeln in geometrischen Figuren (z. B. Winkel, die einander auf 90° oder 180° ergänzen; Parallelwinkel)
- Begründen, dass die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt; Anwenden dieser Eigenschaft
- Kennen und Nutzen von Eigenschaften spitzwinkliger, rechtwinkliger, stumpfwinkliger, gleichschenkeliger sowie gleichseitiger Dreiecke und besonderer Vierecke (Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Rhombus/Raute, Drachenviereck/Deltoid, Trapez)
- Konstruieren von Dreiecken und besonderen Vierecken
- Kennen, Anwenden und Begründen von Flächeninhaltsformeln für Dreiecke und besondere Vierecke
- allenfalls Kennen, Anwenden und Begründen des Satzes von Thales
- allenfalls Konstruieren besonderer Punkte im Dreieck
- allenfalls konstruktives Lösen von Vermessungsaufgaben mithilfe maßstäblicher Zeichnungen

Kompetenzbereich 4: Daten und Zufall

Die Schüler*innen können relative Häufigkeiten ermitteln, grafisch darstellen und grafische Darstellungen interpretieren.

³⁶ Politische Bildung, Medienbildung

- Wiederholen und Festigen: Arbeiten mit verschiedenen Darstellungsformen, dem arithmetischen Mittelwert und dem Median von Daten
- Berechnen relativer Häufigkeiten; Anwenden des Zusammenhangs zwischen absoluten und relativen Häufigkeiten
- Angeben relativer Häufigkeiten in Bruch-, Dezimal- und Prozentdarstellung, in Tabellen und Diagrammen (Säulen- oder Balkendiagramm, Kreisdiagramm, Prozentstreifen)
- Ablesen und Interpretieren relativer Häufigkeiten aus Tabellen und grafischen Darstellungen³⁷
- Arbeiten mit relativen Anteilen und relativen Häufigkeiten in zweistufigen, allenfalls dreistufigen Situationen, insbesondere mithilfe von Baumdiagrammen

Vorschläge für den Einsatz digitaler Technologien³⁸ in der 2. Klasse

- Überprüfen von Rechenergebnissen bzw. Lösungen
- Experimentieren mit Rechenoperationen, Termen, Gleichungen und Formeln
- Vergleichen verschiedener Lösungsstrategien
- Untersuchen von Teilbarkeitsaussagen und Experimentieren mit Primfaktorzerlegungen
- Verwenden von Formeln in einem Tabellenkalkulationsprogramm
- Darstellen von Figuren im Koordinatensystem; Messen von Längen, Winkeln und Flächeninhalten
- Konstruieren zueinander kongruenter Figuren durch Spiegelung, Drehung und Schiebung
- Entdecken und Veranschaulichen geometrischer Zusammenhänge (z. B. Satz von Thales)
- konstruktives Lösen von Vermessungsaufgaben
- Entdecken und Überprüfen von Eigenschaften besonderer Punkte im Dreieck; Konstruieren solcher Punkte
- Berechnen und Darstellen von Häufigkeiten und relativen Anteilen

³⁷ Sprachliche Bildung

³⁸ Informatische Bildung

3. Klasse

Im Anschluss an die Präzisierung der Kompetenzbeschreibungen der 3. Klasse werden Vorschläge für den Einsatz digitaler Technologien für alle vier Kompetenzbereiche gemacht.

Kompetenzbereich 1: Zahlen und Maße

Die Schüler*innen können rationale Zahlen darstellen, vergleichen und ordnen; Rechenoperationen durchführen und interpretieren.

- Wiederholen und Festigen: Darstellen nichtnegativer rationaler und ganzer Zahlen als Punkte auf der Zahlengeraden, Vergleichen und Ordnen dieser Zahlen, Durchführen von Rechenoperationen
- Beschreiben von Zuständen (z. B. Temperatur, Kontostand) und von Zustandsänderungen³⁹; Darstellen dieser Zustände als Punkte und dieser Zustandsänderungen durch Pfeile auf der Zahlengeraden
- Unterscheiden verschiedener Bedeutungen des Minuszeichens: als Rechenzeichen, als Vorzeichen, als Zeichen für das Übergehen zur Gegenzahl
- Veranschaulichen des Addierens, Subtrahierens und, in einfachen Fällen, des Multiplizierens auf der Zahlengeraden
- Kennen und Anwenden des Betrages einer Zahl
- Deuten des Subtrahierens als Addieren der Gegenzahl
- Deuten des Dividierens als Multiplizieren mit dem Kehrwert
- schriftliches Durchführen der vier Grundrechenoperationen
- Deuten des Potenzierens mit einem positiven ganzzahligen Exponenten als wiederholtes Multiplizieren
- Darstellen von Zahlen unter Verwendung von Zehnerpotenzen; Anwenden der Gleitkommadarstellung

Kompetenzbereich 2: Variablen und Funktionen

Die Schüler*innen können Terme, Gleichungen und Formeln auch im Zusammenhang mit Verhältnissen bzw. Proportionen aufstellen und interpretieren.

- Wiederholen und Festigen: Lösen von Aufgaben mit direkten und indirekten Proportionalitäten
- Aufstellen von Termen, Gleichungen und Formeln in unterschiedlichen Kontexten
- kontextbezogenes Deuten von Termen und Formeln (z. B. $Z = X \cdot Y$ deuten als Weg = Geschwindigkeit · Zeit, oder als Flächeninhalt eines Rechtecks = Länge · Breite)
- Beschreiben, wie sich die Änderung von Größen auf eine andere Größe in einer Formel auswirkt (z. B. Wie ändert sich A in $A = \frac{c \cdot h}{2}$, wenn c verdoppelt und h verdreifacht wird? Wie ändert sich t in $s = v \cdot t$, wenn v verdreifacht wird und s konstant bleibt?)
- Erkennen und Beschreiben von Termstrukturen, insbesondere im Hinblick auf die Anwendbarkeit von Rechenregeln

³⁹ Sprachliche Bildung

- Darstellen direkter und indirekter Proportionalitäten mithilfe von Tabellen und Diagrammen
- Beschreiben von Proportionalitäten mit Gleichungen und mithilfe von Verhältnissen (z. B. Beschreiben des direkt proportionalen Zusammenhangs zwischen einem Preis y und einer Warenmenge x durch $y = 2,5 \cdot x$ bzw. $\frac{y}{x} = \frac{5}{2}$ bzw. $y : x = 5 : 2$)
- Umformen von Proportionen, insbesondere durch Anwenden von $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a : b = c : d \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$ (für $b, d \neq 0$)

Die Schüler*innen können Terme umformen, auch unter Anwendung der Potenzdarstellung mit positiven ganzzahligen Exponenten.

- Kennen und Anwenden der Potenzdarstellung mit positiven ganzzahligen Exponenten
- Kennen und Anwenden der elementaren Rechenregeln für Potenzen; allenfalls Begründen dieser Regeln
- Umformen von Termen z. B. durch Ausmultiplizieren, Zusammenfassen, Herausheben, Kürzen (z. B. $4 \cdot (3x - 1) - 6 \cdot (x + 4)$; $5 - \frac{x-2}{2}$; $(3x - \frac{1}{2}y) - (\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y)$; $4x : \frac{2x^2}{3}$; $\frac{2a^3+4a^2}{a}$)
- Herleiten, grafisches Veranschaulichen und Anwenden der drei binomischen Formeln; allenfalls Herleiten weiterer Rechenregeln (z. B. $(a + b)^3 = \dots$)

Die Schüler*innen können Gleichungen und Formeln umformen; Gleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen.

- Wiederholen und Festigen: Lösen von Gleichungen
- Lösen von linearen Gleichungen durch Äquivalenzumformungen; allenfalls Begründen einzelner Umformungsschritte
- Lösen von Gleichungen, die sich durch einfache Umformungen auf lineare Gleichungen zurückführen lassen
- Anwenden von Gleichungen in Sachsituationen; kritisches Betrachten⁴⁰ der Angemessenheit der mathematischen Beschreibung, der Ergebnisse und ihrer Genauigkeit
- Umformen einfacher Formeln (z. B. $A = G \cdot \frac{p}{100} \Leftrightarrow G = \frac{100 \cdot A}{p}$), insbesondere auch bei Flächeninhaltsformeln von Dreiecken und besonderen Vierecken

Die Schüler*innen können Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren und mit den zugehörigen Modellen arbeiten.

- Wiederholen und Festigen: Bearbeiten von Fragestellungen im Zusammenhang mit der Prozentrechnung
- Erkennen, Bearbeiten und Darstellen linearer Wachstums- und Abnahmeprozesse in Sachsituationen; Überprüfen der Anwendbarkeit linearer Modelle (z. B. absolute Änderung pro Zeiteinheit ist konstant)
- vertiefendes Bearbeiten von Aufgaben zur Prozentrechnung in ein- und mehrstufigen Situationen, insbesondere unter Verwendung von Änderungsfaktoren (z. B. Erhöhen von a um 20 % und Verringern des neuen Wertes um 5 % ergibt $0,95 \cdot 1,2 \cdot a$)
- Aufstellen von Formeln im Zusammenhang mit Zinsen bzw. Zinseszinsen⁴¹

⁴⁰ Politische Bildung

⁴¹ Wirtschafts- und Verbraucher*innenbildung

- Bearbeiten von Aufgaben im Kontext von Wachstums- und Abnahmeprozessen mit einem Tabellenkalkulationsprogramm⁴², insbesondere bei konstanter prozentueller Änderung pro Zeiteinheit

Kompetenzbereich 3: Figuren und Körper

Die Schüler*innen können mit Vielecken und ihren Flächeninhalten arbeiten.

- Wiederholen und Festigen: Berechnen von Flächeninhalten von Dreiecken und besonderen Vierecken
- Konstruieren regelmäßiger Sechsecke und allenfalls weiterer regelmäßiger Vielecke
- allenfalls Berechnen von Flächeninhalten allgemeiner Vierecke im Koordinatensystem
- Lösen von Umkehraufgaben zu Flächeninhalten, insbesondere durch Umformen von Formeln

Die Schüler*innen können Figuren zentrisch vergrößern bzw. verkleinern; ähnliche Figuren erkennen und nutzen.

- zentrisches Vergrößern bzw. Verkleinern von Figuren mit einem positiven Faktor k ; Erkennen, dass einander entsprechende Winkel gleich groß sind, dass alle neuen Strecken k -mal so lang wie die ursprünglichen Strecken sind und dass der neue Flächeninhalt k^2 -mal so groß wie der ursprüngliche Flächeninhalt ist
- Beschreiben von Eigenschaften ähnlicher Figuren⁴³; Kennen und Anwenden des Ähnlichkeitsfaktors; Anwenden und allenfalls Begründen, dass Dreiecke mit paarweise gleich großen Winkeln zueinander ähnlich sind
- allenfalls Teilen von Strecken in einem gegebenen Verhältnis durch Konstruktion

Die Schüler*innen können räumliche Objekte beschreiben und darstellen; Oberflächen- und Rauminhalte gerader Prismen und Rauminhalte von Pyramiden ermitteln.

- Kennen und Beschreiben grundlegender Eigenschaften von geraden Prismen und von Pyramiden⁴³
- Skizzieren von Schrägrissen von geraden Prismen und von Pyramiden
- Berechnen von Oberflächeninhalten gerader Prismen
- Kennen und Anwenden der Formeln für den Rauminhalt von geraden Prismen und von Pyramiden; allenfalls Begründen solcher Formeln
- Bearbeiten von Sachaufgaben zu diesen Körpern, insbesondere Berechnen von Massen und Dichten
- allenfalls Untersuchen, wie sich Längenänderungen auf Oberflächen- und Rauminhalte auswirken

Kompetenzbereich 4: Daten und Zufall

Die Schüler*innen können statistische Darstellungen erstellen und nutzen; Manipulationen in statistischen Darstellungen erkennen.

- Wiederholen und Festigen: Ermitteln und Interpretieren einfacher statistischer Kennzahlen

⁴² Informatische Bildung

⁴³ Sprachliche Bildung

- grafisches Darstellen von Häufigkeitsverteilungen (z. B. Säulen- oder Balkendiagramm, Liniendiagramm, Kreisdiagramm, Prozentstreifen)
- Interpretieren verschiedener grafischer Darstellungen von Häufigkeitsverteilungen
- Verwenden geeigneter Darstellungsformen zur Hervorhebung ausgewählter Aspekte; Aufzeigen von Manipulationsmöglichkeiten

Die Schüler*innen können aufbauend auf einem intuitiven Wahrscheinlichkeitsbegriff Wahrscheinlichkeiten in einfachen Zufallsexperimenten ermitteln, vergleichen und interpretieren.

- Verwenden eines intuitiven Wahrscheinlichkeitsbegriffs zur Quantifizierung von Sicherheit⁴⁴
- Schätzen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe empirisch gewonnener relativer Häufigkeiten
- Ermitteln von Laplace-Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten (z. B. Münzwurf, Würfeln); Interpretieren solcher Wahrscheinlichkeiten als Vorhersagewert⁴⁴ für relative Häufigkeiten

Vorschläge für den Einsatz digitaler Technologien⁴⁵ in der 3. Klasse

- Überprüfen von Rechenergebnissen bzw. Lösungen
- Experimentieren mit Rechenoperationen, Termen, Gleichungen und Formeln
- Vergleichen verschiedener Lösungsstrategien
- näherungsweise Lösen von Umkehraufgaben, z. B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm
- Darstellen von Proportionalitäten in Tabellen und Diagrammen
- Darstellen und Untersuchen von Wachstums- und Abnahmeprozessen, z. B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm
- zentrisches Vergrößern bzw. Verkleinern von Figuren
- Erstellen allgemeiner und spezieller Ansichten von Körpern, die aus Prismen und Pyramiden bestehen
- Untersuchen, wie sich Längenänderungen auf Flächen- bzw. Rauminhalte auswirken
- Darstellen von Häufigkeitsverteilungen in Tabellen und durch verschiedene Diagramme
- Experimentieren mit Simulationen von Zufallsexperimenten

⁴⁴ Wirtschafts- und Verbraucher*innenbildung, Politische Bildung

⁴⁵ Informatische Bildung

4. Klasse

Im Anschluss an die Präzisierung der Kompetenzbeschreibungen der 4. Klasse werden Vorschläge für den Einsatz digitaler Technologien für alle vier Kompetenzbereiche gemacht.

Kompetenzbereich 1: Zahlen und Maße

Die Schüler*innen können den Unterschied zwischen rationalen und nichtrationalen Zahlen verstehen und beschreiben; Rechenoperationen mit reellen Zahlen durchführen; mit Wurzeln und Näherungswerten arbeiten.

- Wiederholen und Festigen: Darstellen rationaler Zahlen auf der Zahlengeraden, Vergleichen und Ordnen rationaler Zahlen, Durchführen von Rechenoperationen
- Wissen und allenfalls Begründen, dass es Zahlen gibt, die nicht rational sind, z. B. $\sqrt{2}$
- Wissen, dass durch die Erweiterung der rationalen Zahlen zu den reellen Zahlen die Zahlengerade lückenlos ausgefüllt wird
- näherungsweise Berechnen bzw. Schätzen von Quadratwurzeln durch systematisches Probieren; Berechnen von Quadrat- und Kubikwurzeln nur mittels **Technologieeinsatz**⁴⁶
- Kennen und Anwenden der Regeln $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ und $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; Begründen, dass im Allgemeinen $\sqrt{a \pm b} \neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ ist
- Durchführen von Rechenoperationen mit reellen Zahlen; Kennen der Problematik des Rechnens mit Näherungswerten (z. B. $(\sqrt{2})^2 = 2$, aber $1,41^2 \neq 2$)

Kompetenzbereich 2: Variablen und Funktionen

Die Schüler*innen können mit Termen, Gleichungen mit einer Variablen und Formeln in vielfältigen Situationen arbeiten.

- Aufstellen und Umformen von Termen und Formeln
- Lösen von Gleichungen, die sich auf lineare Gleichungen zurückführen lassen; Anwenden von Gleichungen in Sachsituationen
- allenfalls Umformen von Bruchtermen und Angeben von Bedingungen, die Variablen dabei erfüllen müssen

Die Schüler*innen können unterschiedliche Darstellungsformen funktionaler Zusammenhänge nutzen und Darstellungsformen wechseln.

- Wiederholen und Festigen: Beschreiben, wie sich die Änderung von Größen auf eine andere Größe in einer Formel auswirkt und Erkennen von Proportionalitäten in diesem Zusammenhang
- Interpretieren grafischer Darstellungen in Sachsituationen (z. B. Temperaturkurve, Zeit-Weg Diagramm), insbesondere Ablesen von Werten und Beschreiben von Änderungen
- Wissen, dass eine Funktion eine eindeutige Zuordnung ist
- Kennen verschiedener Darstellungsformen einfacher reeller Funktionen: verbale Beschreibung, Funktionsterm bzw. Funktionsgleichung (z. B. $f(x) = 2x - 1$, $f(x) = x^2$), Wertetabelle, Funktionsgraph; Wechseln der Darstellungsform in einfachen Fällen

⁴⁶ Informatische Bildung

- Erkennen und Begründen, ob durch eine gegebene grafische Darstellung bzw. Tabelle ein funktionaler Zusammenhang beschrieben wird

Die Schüler*innen können mit linearen Funktionen arbeiten.

- Kennen der Eigenschaften einer linearen Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$
- Wechseln zwischen Funktionsgleichung und Funktionsgraph, auch mithilfe von Steigungsdreiecken unter Verwendung der Parameter k und d
- Deuten der Parameter k und d , auch in Sachsituationen
- Anwenden von linearen Funktionen in Sachsituationen; kritisches Betrachten⁴⁷ der Angemessenheit der Modellierung mit linearen Funktionen
- allenfalls Begründen, dass der Graph einer linearen Funktion eine Gerade ist

Die Schüler*innen können lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen und lösen.

- Berechnen von Lösungen einer linearen Gleichung, Darstellen aller Lösungen im Koordinatensystem
- grafisches und rechnerisches Lösen linearer Gleichungssysteme
- Bearbeiten von Aufgaben in inner- und außermathematischen Situationen mithilfe linearer Gleichungssysteme

Kompetenzbereich 3: Figuren und Körper

Die Schüler*innen können mit dem pythagoräischen Lehrsatz arbeiten.

- Formulieren des pythagoräischen Lehrsatzes für vorgegebene rechtwinkelige Dreiecke in unterschiedlichen Lagen und unter Verwendung verschiedener Bezeichnungen
- Anwenden der Umkehrung des pythagoräischen Lehrsatzes für die Überprüfung, ob ein Dreieck rechtwinkelig ist
- Nachvollziehen und Erläutern eines Beweises des pythagoräischen Lehrsatzes
- Anwenden des pythagoräischen Lehrsatzes für Berechnungen in ebenen Figuren; allenfalls Aufstellen von Formeln
- Anwenden des pythagoräischen Lehrsatzes für Berechnungen in Körpern (z. B. Längen von Raumdiagonalen, Oberflächeninhalte von Pyramiden); allenfalls Aufstellen von Formeln

Die Schüler*innen können Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und Kreisteilen ermitteln.

- Wissen, dass bei jedem Kreis das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser die gleiche Zahl π ergibt; experimentelles Ermitteln von Näherungswerten für π
- allenfalls näherungsweise Ermitteln des Flächeninhalts von Kreisen
- Kennen und Anwenden der Formeln für die Berechnung des Umfangs und des Flächeninhalts eines Kreises; Anwenden dieser Formeln auf den Halbkreis, Viertelkreis und Achtelkreis
- allenfalls Herleiten und Anwenden von Formeln für Umfang und Flächeninhalt von Kreissektoren
- Lösen von Umkehraufgaben, insbesondere durch Umformen von Formeln

⁴⁷ Wirtschafts- und Verbraucher*innenbildung

Die Schüler*innen können Drehzylinder und Drehkegel beschreiben; Oberflächen- und Rauminhalte ermitteln.

- Wiederholen und Festigen: Eigenschaften von Prismen und Pyramiden, Berechnen von Oberflächen- und Rauminhalten
- Beschreiben grundlegender Eigenschaften von Drehzylindern und Drehkegeln⁴⁸
- Kennen und Anwenden von Formeln für die Berechnung von Oberflächen- und Rauminhalten von Drehzylindern und Drehkegeln; allenfalls Begründen solcher Formeln
- Lösen einfacher Umkehraufgaben, insbesondere durch Umformen von Formeln
- Lösen von Aufgaben in Sachsituationen, insbesondere Berechnen von Massen und Dichten

Kompetenzbereich 4: Daten und Zufall

Die Schüler*innen können Kreuztabellen erstellen und interpretieren.

- Wiederholen und Festigen: Darstellen von Häufigkeitsverteilungen in Tabellen und Diagrammen, Ermitteln und Interpretieren des arithmetischen Mittelwerts und des Medians einer Datenmenge
- Darstellen, Ergänzen und Interpretieren von absoluten und relativen Häufigkeiten in Kreuztabellen, insbesondere in Vierfeldertafeln

Die Schüler*innen können Wahrscheinlichkeiten bei ein- und zweistufigen Zufallsexperimenten ermitteln und interpretieren.

- Wiederholen und Festigen: Erstellen und Interpretieren von Baumdiagrammen; Ermitteln und Interpretieren von Laplace-Wahrscheinlichkeiten
- Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten bei ein- und zweistufigen Zufallsexperimenten (auch mithilfe von Baumdiagrammen); Interpretieren solcher Wahrscheinlichkeiten

Vorschläge für den Einsatz digitaler Technologien⁴⁹ in der 4. Klasse

- Überprüfen von Rechenergebnissen bzw. Lösungen
- Experimentieren mit Rechenoperationen, Termen, Gleichungen und Formeln
- Vergleichen verschiedener Lösungsstrategien
- näherungsweise Lösen von Umkehraufgaben, z. B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm
- grafisches und rechnerisches Lösen linearer Gleichungssysteme
- Arbeiten mit interaktiven Visualisierungen bei der Begründung des pythagoräischen Lehrsatzes
- Untersuchen, wie sich Längenänderungen auf Umfänge, Flächen- bzw. Rauminhalte auswirken
- Erstellen bzw. Ergänzen von Kreuztabellen in einem Tabellenkalkulationsprogramm
- Experimentieren mit Simulationen von Zufallsexperimenten

⁴⁸ Sprachliche Bildung

⁴⁹ Informatische Bildung